ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКУЮ ЛОГИКУ

акад. РАН О.Б. Лупанов

1/2 года, 1 курс, 2 семестр.

1. Формулы алгебры логики. Существенные и несущественные переменные. Формулы. Эквивалентность формул. Элементарные функции и их свойства. Разложение функций по переменной. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ).
2. Полные системы функций. Примеры полных систем. Замкнутые классы.
3. Полиномы Жегалкина. Линейные функции. Лемма о нелинейной функции.
4. Самодвойственные функции. Лемма о несамодвойственной функции.
5. Монотонные функции. Лемма о немонотонной функции.
6. Теорема о полноте системы функций алгебры логики. Возможность выделить из каждой полной системы полную подсистему, состоящую не более чем из четырех функций. Предполные классы.
7. Функции k-значной логики. Элементарные функции. Полнота системы $\{0, 1, \ldots, k-1, J_0(x), J_1(x), \ldots, J_{k-1}(x), \max(x, y), \min(x, y)\}$.
8. Полнота систем $\{\max(x, y), x+1\}$, $\{V_k(x, y)\}$.
9. Алгоритм распознавания полноты конечных систем функций в P_k.
10. Представление функций из P_k полиномами.
11. Лемма о трех наборах. Лемма о квадрате. Теорема Яблонского. Теорема Слупецкого.
12. Замкнутый класс в P_k $(k > 2)$ без базиса. Замкнутый класс в P_k $(k > 2)$, имеющий счетный базис. Мощность множества замкнутых классов в P_k при $k > 2$.
13. Графы. Основные понятия. Реализация графов в трехмерном пространстве.
14. Схемы из функциональных элементов. Простейшие методы синтеза.
15. Контактные схемы. Простейшие методы синтеза.
16. Метод каскадов (для контактных схем и схем из функциональных элементов).
17. Верхняя оценка функции $L(n)$ для схем из функциональных элементов и контактных схем. Порядок роста функции $L(n)$.
18. Детерминированные функции. Ограниченно-детерминированные (автоматные) функции. Способы их задания.
19. Реализуемость автоматных функций схемами из функциональных элементов и элементов задержки (схемами с обратными связями).
20. Исчисление высказываний. Аксиомы. Правило вывода. Вывод. Тождественная истинность выводимых формул. Непротиворечивость исчисления высказываний.
21. Предикаты. Логические операции над предикатами.
22. Условия полноты системы предикатов на конечном множестве.
23. Модель. Формулы в модели. Свободные и связанные переменные. Значение формулы в модели.
24. Истинность формул в модели, на множестве. Тождественно истинные формулы.
25. Правила эквивалентных преобразований формул логики предикатов. Нормальная форма.
26. Машины Тьюринга. Вычислимые функции.
27. Алгоритмическая неразрешимость проблемы самоприменимости.
28. Алгоритмическая неразрешимость проблемы применимости.