

ВЫПУКЛЫЙ АНАЛИЗ*проф. Э. М. Галеев**1/2 года, 4 курс, поток экономистов*

1. Понятия выпуклого множества, выпуклой оболочки, размерность выпуклого множества в конечномерном пространстве.
2. Свойства отделимости, доказательство их в конечномерном случае.
3. Экстремальные и достижимые точки. Теорема Страшевича в конечномерном случае.
4. Теорема Каратеодори. Компактность выпуклой оболочки конечномерного компактного множества.
5. Теоремы Радона и Хелли.
6. Выпуклые функции и их надграфики. Собственные выпуклые функции. Локальная ограниченность конечной выпуклой функции, определенной на конечномерном пространстве. Локальная липшицевость локально ограниченной выпуклой функции.
7. Критерий выпуклости дифференцируемой функции через ее производную. Неотрицательная определенность второй производной.
8. Понятие субдифференциала, субдифференциал выпуклой функции в точке дифференцируемости. Непустота субдифференциала непрерывной выпуклой функции.
9. Субдифференциал суммы. Теорема Моро–Рокафеллара.
10. Субдифференциал максимума. Теорема Дубовицкого–Милютинина.
11. Теорема об очистке.
12. Следствие из теоремы об очистке: минимум функции максимума.
13. Теорема Куна–Таккера.
14. Пространства в двойственности, слабая топология в них. Теорема отделимости для пространств в двойственности.
15. Поляра, теорема о биполяре.
16. Поляра ограниченного множества. Строгая выпуклость и гладкость тел в нормированных пространствах. Опорный функционал выпуклого тела в граничной точке.
17. Двойственность свойств строгой выпуклости и гладкости для ограниченных тел, содержащих окрестность нуля, в рефлексивном пространстве.
18. Преобразование Лежандра–Юнга–Фенхеля. Замкнутые выпуклые функции, выпуклость и замкнутость сопряженной функции. Аффинные функции, теорема Минковского. Неравенство Юнга.
19. Теорема Фенхеля–Моро о второй сопряженной собственной выпуклой замкнутой функции.
20. Строгая выпуклость функции. Критерий строгой выпуклости через сопряженную функцию (для выпуклых непрерывных функций, определенных на рефлексивном пространстве, и для выпуклых функций, определенных на конечномерном пространстве).
21. Задачи выпуклого программирования, двойственная задача, теорема двойственности.
22. Задачи линейного программирования, двойственная задача, теорема двойственности.
23. Транспортная задача. Задача о назначении.
24. Задача численной минимизации выпуклой функции на отрезке. Пассивные и последовательные методы. Оптимальный пассивный метод.