ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

проф. М. И. Зеликин

1/2 года, 4 курс, отделение математики

1. Определения дифференцируемости отображений. Теорема о суперпозиции.

2. Теорема о среднем. Достаточное условие гладкости отображения.

3. Частные производные. Теорема о полном дифференциале.

4. Теорема Люстерника. Теорема о касательном пространстве.

5. Дифференцирование конкретных отображений: оператор Немыцкого, оператор краевых условий, интегральный функционал.

6. Формулировка теорем отделимости. Лемма о нетривиальности аннулятора.

7. Фактор-пространства банахова пространства. Лемма о правом обратном.

8. Лемма о замкнутости образа. Лемма об аннуляторе ядра.

9. Правило множителей Лагранжа для гладких задач с ограничениями типа равенства.

10. Теорема Куна–Такера.

11. Простейшая задача вариационного исчисления. Лемма Дюбуа–Реймона. Уравнения Эйлера.

12. Интегралы уравнений Эйлера. Уравнения геодезических.

13. Формула вариации интегрального функционала с подвижными концами. Условия трансверсальности. Задача Больца.

14. Канонические переменные. Преобразование Лежандра–Юнга. Уравнение Гамильтона–Якоби.

15. Сильный и слабый экстремум. Необходимое условие Вейерштрасса. Условие Вейерштрасса–Эрдмана.

16. Необходимое условие Лежандра. Необходимое условие Якоби.

17. Интегральный инвариант Пуанкаре–Картана. Теория поля.

18. Достаточные условия сильного и слабого минимума.

19. Уравнение Эйлера для задачи минимизации кратного интеграла.

20. Дифференциальные уравнения с кусочно-гладкой правой частью. Уравнения в вариациях. Сопряженные системы.

21. Вывод принципа максимума для задачи со свободным концом. Формулировка принципа максимума в общем случае.

22. Уравнение Беллмана для задачи быстродействия. Достаточное условие оптимальности. Связь с принципом максимума.

23. Разбор некоторых задач:

- А. Задача о брахистохроне.
- Б. Геодезические на сфере.
- В. Геодезические на полуплоскости Пуанкаре.
- Г. Минимальная поверхность вращения.
- Д. Классическая изопериметрическая задача.
- Е. Простейшая задача быстродействия.
- Ж. Задача Аполлония.
- З. Задача Ньютона.