ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

проф. Н. П. Осмоловский

1/2 года, 4 курс, отделение математики

1. Простейшая задача вариационного исчисления. Слабый минимум. Первая вариация интегрального функционала.
2. Лемма Дюбуа–Реймона и ее абстрактный аналог.
3. Уравнение Эйлера.
4. Сильный минимум. Игольчатые вариации. Условие Вейерштрасса.
5. Лемма о правом обратном отображении для линейного сюръективного оператора.
6. Теорема Банаха–Шаудера об открытом отображении.
7. Накрывыние с константой a на открытом множестве полного метрического пространства. Теорема о накрывании для линейного оператора.
8. Теорема Милютина о накрывании для суммы двух операторов: накрывающего с константой a и стягивающего с константой b.
9. Метрическая регулярность нелинейного отображения и ее связь с накрыванием.
10. Производная Фреше. Непрерывная дифференцируемость по Фреше в точке и строгая дифференцируемость. Формулировка теоремы о среднем для операторов.
11. Накрывание и метрическая регулярность для строго дифференцируемого оператора.
12. Оценка расстояния до нулевого уровня нелинейного оператора.
13. Теорема Люстерника о касательном многообразии.
14. Теорема об отделимости двух выпуклых множеств.
15. Теорема Дубовицкого–Милютина об отделимости конечного числа выпуклых множеств. Следствие для конусов.
16. Лемма о нетривиальности аннулятора подпространства.
17. Лемма о замкнутости образа линейного оператора, действующего в произведение пространств.
18. Лемма об аннуляторе ядра линейного сюръективного оператора.
19. Производная по направлению, производная Гато. Касательный конус к множеству в точке. Необходимые условия локального минимума функционала на множестве.
20. Правило множителей Лагранжа в задаче с ограничением типа равенства.
21. Лемма о непересечении аппроксимаций в точке минимума в гладкой задаче с ограничениями типа равенства и неравенства.
22. Общий вид линейного функционала, неотрицательного на полупространстве.
23. Правило множителей Лагранжа в гладкой задаче с ограничениями типа равенства и типа неравенства.
24. Канонические задачи оптимального управления A и B. Связь между ними.
25. Правая обратная к монотонной кусочно линейной функции на отрезке. О подстановке правой обратной в измеримую ограниченную функцию (измеримость функции, полученной в результате подстановки).
26. О подстановке правой обратной к монотонной кусочно линейной функции $t(\tau)$ в липшицеву функцию $x(\tau)$, удовлетворяющую уравнению $\frac{dx(\tau)}{d\tau} = \frac{dt(\tau)}{d\tau} f(\tau)$.
27. Управляемая система и расширенная управляемая система, связь между ними.
28. Связь между канонической задачей B и ее расширением — задачей $\tilde{B}$.
29. Формулировка теоремы о неявной функции для банаховых пространств.
30. Нелинейный оператор, определяемый задачей Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Производная Фреше этого оператора. Система уравнений в вариациях. Следствие для конечномерного оператора $P(x_0, z) = (x_0, x(\tau_1))$ концевых значений.
31. Формулировка принципа максимума в канонической задаче B.
32. Индекс θ, функции $\nu^\theta, t^\theta, x^\theta, u^\theta$ на $[\tau_0, \tau_1]$, их связь с оптимальным решением $(\hat{x}, \breve{u} \mid t \in [\breve{t}_0, \breve{t}_1])$ задачи B.
33. Оптимальность траектории $(t^\theta, x^\theta, u^\theta, \nu^\theta \mid \tau \in [\tau_0, \tau_1]$ в задаче .
34. Конечномерная задача B^θ индекса θ и ее оптимальное решение $(\hat{x}_0, \breve{z}, \breve{p})$.

35. Условия стационарности в конечномерной задаче B^θ. Частные производные конечномерного оператора $P(x_0, z) = (x_0, x(\tau_1))$ по x_0 и z.

36. Анализ условий стационарности в конечномерной задаче B^θ. Вывод сопряженного уравнения и условий трансверсальности (в τ) в качестве следствия из этих условий.

37. Анализ условий стационарности в конечномерной задаче . Получение интегральных равенств и неравенств (в) в качестве следствия этих условий.

38. Переход от независимой переменной τ к переменной t в условиях принципа максимума индекса θ.

39. Конечномерный компакт M^θ. Лемма о равенстве нулю измеримой функции.

40. Организация принципов максимума индексов θ. Непустота пересечения компактов M^θ по θ. Завершение доказательства принципа максимума в канонической задаче B.

41. Формулировка принципа максимума в канонической задаче A и его вывод с помощью принципа максимума задачи B.

42. Лемма о равенстве $\max\limits_{u\in K} h(t,u) = \max\limits_{u\in U} h(t,u)$ на отрезке $[t_0, t_1]$ (где K — компакт, U — замкнутое множество) и лемма о непрерывности функции $\max\limits_{u\in K} h(t,u)$.

43. Лемма о липшицевости функции $\max\limits_{u\in K} h(t,u)$ (где K — компакт) на отрезке $[t_0, t_1]$ и лемма о производной этой функции по t.

44. Понятия экстремали и гамильтониана $\mathcal{H}$ управляемой системы. Множество $dom\,\mathcal{H}$. Теорема о том, что для любой экстремали $(t, x(t), \psi_x(t)) \in dom\,\mathcal{H}$ всюду на $[t_0, t_1]$.

45. Липшицевость функции $\mathcal{H}(t, x(t), \psi_x(t))$; уравнение $\frac{d}{dt}\mathcal{H} = H_t$; эквивалентное определение экстремали, не включающее компоненту ψ_t.

46. Уточнение условий принципа максимума (ПМ) в канонической задаче A. Сопряженное уравнение на компоненту ψ_t как следствие остальных условий ПМ. Формулировка ПМ, не содержащая этой компоненты.

47. Каноническая задача A на фиксированном отрезке времени. Условия принципа максимума для нее. Автономный случай.

48. Задача с интегральным функционалом на фиксированном отрезке времени. Принцип максимума для нее.

49. Принцип максимума в задаче быстродействия.

50. Понятие понтрягинского минимума.