ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

проф. С. В. Конягин

1/2 года, 4 курс, отделение математики

1. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Лемма Дюбуа–Реймона. Уравнение Эйлера.
2. Интегралы импульса и энергии. Достаточные условия на интегрант, гарантирующие наличие 2-ой непрерывной производной у экстремали.
3. Задача о брахистохроне. Общий вид экстремалей.
4. Задача о брахистохроне. Существование и единственность допустимых экстремалей.
5. Задача Больца. Условия трансверсальности.
6. Фактор-пространства банаховых пространств.
7. Теорема отделимости выпуклых множеств в нормированных пространствах. Лемма о нетривиальности аннулятора.
8. Теорема Банаха об обратном операторе. Теорема о правом обратном операторе.
9. Лемма о замкнутости образа.
10. Лемма о виде функционала на прямом произведении нормированных пространств. Теорема об аннуляторе ядра.
11. Различные понятия дифференцируемости: вариация по Лагранжу, дифференцирование по Гато, дифференцирование по Фреше, строгая дифференцируемость. Соотношения между ними.
12. Теорема о среднем.
13. Следствие о дифференцируемости по Фреше отображения, непрерывно дифференцируемого по Гато. Непрерывная дифференцируемость функционала Больца.
14. Теорема о суперпозиции.
15. Частные производные. Теорема о полном дифференциале.
16. Теорема Люстерника. Теорема о касательном пространстве.
17. Оценка гарантированной точности пассивных методов поиска точек минимума для выпуклой функции на отрезке.
18. Метод золотого сечения.
19. Метод центров тяжести.
20. Метод эллипсоидов (модифицированный метод центров тяжести).
21. Теорема Куна–Такера.
22. Формулировка принципа Лагранжа для гладких задач с ограничениями типа равенства и неравенства. Случай наличия нескольких скалярных ограничений типа равенства.
23. Доказательство принципа Лагранжа для гладких задач с ограничениями типа равенства и неравенства.
24. Изопериметрическая задача классического вариационного исчисления.
25. Задача Лагранжа. Проверка условий применимости принципа Лагранжа для гладких задач с ограничениями типа равенства и неравенства.
26. Завершение проверки необходимых условий в задаче Лагранжа.
27. Слабый и сильный экстремумы в простейшей задаче классического вариационного исчисления. Пространство KC^1. Лемма о скруглении углов.
28. Игольчатые вариации. Условие Вейерштрасса.
29. Необходимое условие Лежандра для слабого минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.
30. Формула вариации функционала с подвижными концами. Условие Вейерштрасса–Эрдмана.
31. Уравнение Якоби. Необходимое условие Якоби для слабого минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.
32. Поле экстремалей. Достаточное условие существования центрального поля экстремалей.
33. S-функция и её дифференциал. Основная формула Вейерштрасса.

34. Достаточные условия слабого и сильного локального минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.

35. Формулировка принципа максимума Понтрягина.