ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

проф. А. В. Фурсиков

1/2 года, 4 курс, 1 поток.

1. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Лемма Дюбуа–Реймона.
2. Задача о брахистохроне: решение и обоснование.
3. Задача Больца (векторный случай). Условия трансверсальности.
4. Лемма о структуре функционала на прямом произведении пространств.
5. Теорема о фактор-пространстве банахова пространства.
6. Теорема Банаха об обратном операторе (формулировка). Теорема о правом обратном операторе.
7. 2-я теорема отделимости (формулировка). Теорема о нетривиальности аннулятора.
8. Лемма о замкнутости образа.
9. Теорема об аннуляторе ядра.
10. Производные по Гато, Фреше и строгая дифференцируемость. Соотношения между ними. Теорема о суперпозиции (формулировка).
11. Теорема о среднем. Следствие о непрерывной дифференцируемости.
12. Оператор Немыцкого и его дифференцируемость.
13. Теорема Люстерника.
14. Теорема о касательном пространстве.
15. Принцип Лагранжа для гладких задач с ограничениями типа равенства.
16. Метод множителей Лагранжа для гладких конечномерных задач.
17. Выпуклые экстремальные задачи. Теорема Куна–Таккера.
18. Задачи Лагранжа и оптимального управления: основные определения. Формальный вывод принципа максимума из принципа Лагранжа.
19. Доказательство принципа максимума для задачи оптимального управления со свободным концом.
20. Полунепрерывность снизу: эквивалентность трех определений.
21. Теорема Вейерштрасса о существовании точки минимума.
22. Принцип компактности. Общая теорема о существовании точки минимума.
23. Теорема Мазура. Следствия: 1) Выпуклое и замкнутое множество секвенциально слабо замкнуто. 2) Выпуклая и полунепрерывная снизу функция полунепрерывна снизу относительно слабой сходимости.
24. Пространства Соболева для функций одного переменного. Теорема о сужении на граничную точку отрезка.
25. Пример Больца о не существовании решения вариационной задачи. Существенность условия полунепрерывности снизу относительно слабой сходимости в теореме существования.
26. Пример Вейерштрасса о не существовании решения вариационной задачи. Существенность условия секвенциальной слабой замкнутости множества ограничений в теореме существования.
27. Пример гармонического осциллятора о не существовании решения вариационной задачи. Существенность условия коэрцитивности задачи в теореме существования.
28. Пространства Соболева функций многих переменных: определение, доказательство полноты.
29. Теорема о плотных множествах пространств Соболева (формулировка). Метод замыкания на примере определения сужения функции на границу области.
30. Теорема о рефлексивности пространств Соболева. 31. Многомерная вариационная задача: условие роста и проверка коэрцитивности и ограниченности снизу.
32. Квазирегулярные вариационные задачи, и проверка полунепрерывности снизу относительно слабой сходимости соответствующих функционалов.
33. Теорема Тоннели о существовании решения вариационной задачи.
34. Вариационные неравенства. Задача с препятствием.

35. Пространство H^{-1}. Существование единственного обобщенного решения задачи Дирихле для оператора Лапласа.

Литература

А) В.М.Алексеев, В.М.Тихомиров, С.В.Фомин. Оптимальное управление. Наука, 1979.

Б) В.М.Алексеев, Э.М.Галеев, В.М.Тихомиров. Сборник задач по оптимизации. Наука, 1984.

В) В.М.Тихомиров, А.В.Фурсиков. Существование решений экстремальных задач. http://lib.mexmat.ru/books/9645