ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

проф. А. М. Зубков

1/2 года, 3 курс

1. Понятия верхних и нижних функций для последовательностей случайных величин. Верхние и нижние функции для последовательности независимых величин с нормальными распределениями.
2. Закон повторного логарифма для сумм независимых случайных величин.
3. Условные вероятности и условные математические ожидания как случайные величины.
4. Мартингалы. Примеры мартингалов. Разложение Дуба. Выпуклые функции от мартингалов.
5. Моменты остановки и порожденные ими сигма-алгебры. Остановленные мартингалы.
6. Теорема о мартингальном свойстве для двух моментов остановки.
7. Достаточные условия сохранения свойства мартингала при остановке в случайные моменты времени.
8. Тождество Вальда и фундаментальное тождество Вальда.
9. Процесс восстановления, функция восстановления. Теорема восстановления.
10. Неравенства Дуба и Колмогорова для максимального значения мартингала.
11. Теорема Дуба о среднем числе пересечений полосы субмартингалом.
12. Теорема Дуба о сходимости субмартингалов и следствия из нее.
13. Конечные цепи Маркова. Матрица вероятностей переходов. Классификация состояний. Критерий возвратности и его применения к случайным блужданиям.
14. Доказательство существования предельного распределения конечной цепи Маркова.
15. Ветвящиеся процессы Гальтона–Ватсона. Производящие функции и моменты числа частиц.
16. Вероятность вырождения ветвящегося процесса Гальтона–Ватсона. Несущественность конечных положительных состояний ветвящегося процесса.
17. Предельные теоремы для распределения числа частиц в надкритическом ветвящемся процессе.
18. Задание случайных процессов конечномерными распределениями. Определения пуассоновского процесса и свойства его траекторий.
19. Промежутки между скачками пуассоновского процесса. Парадокс времени ожидания.
20. Свойства распределения числа требований на периоде занятости системы массового обслуживания.
21. Стохастически эквивалентные случайные процессы. Теорема Колмогорова о существовании непрерывной модификации.
22. Винеровский процесс. Эквивалентные преобразования винеровского процесса с помощью замены времени.
23. Законы повторного логарифма для стандартного винеровского процесса.
24. Счетные цепи Маркова с непрерывным временем. Достаточные условия регулярности цепи Маркова с непрерывным временем.
25. Семейство матриц переходных вероятностей цепи Маркова с непрерывным временем. Теорема о существовании предельного распределения для конечной цепи Маркова с непрерывным временем.
26. Интенсивности переходов для цепи Маркова с непрерывным временем. Прямое и обратное уравнения Колмогорова.