ОСНОВЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

проф. Н. Н. Смирнов

1/2 года, 2 курс

1. Введение. Предмет, проблемы и методы МСС. Гипотеза сплошности. Системы координат.
   - 1.1. Статистический и феноменологический подходы. Гипотеза сплошности. Движение сплошной среды. Система отсчета наблюдателя и сопутствующая система. Векторы базиса. Описание Лагранжа и Эйлера. Переход от переменных Эйлера к переменным Лагранжа и обратный.
2. Кинематика сплошной среды.
   - 2.1. Понятие скорости и ускорения. Скалярные и векторные поля. Субстанциональная, местная и конвективная производные. Поверхности уровня. Вектор-градиент и его связь с производной по направлению. Кинематический смысл конвективной производной.
   - 2.2. Установившиеся и неустановившиеся движения сплошной среды. Линии тока векторного поля (векторные линии) на примере поля скорости. Траектории движения частиц сплошной среды. Существование линий тока. Особые точки векторных полей.
   - 2.3. Векторная поверхность (поверхность тока), трубки тока. Потенциальные течения. Эквипотенциальные линии. Поступательное движение, течение в окрестности источника и стока. Потенциальное течение в окрестности вихревой нити.
   - 2.4. Дифференцирование векторов по координатам. Ковариантные производные. Ротация и дивергенция скорости. Циркуляция вектора. Теорема Стокса.
   - 2.5. Безвихревые течения. Доказательство эквивалентности понятий безвихревого и потенциального течения. Однозначность потенциала односвязной области. Соленоидальные поля. Трубки тока поля вектора вихря. Свойства вихревых трубок. Кинематические теоремы Гельмгольца о вихрях. Завихренность сдвигового течения.
3. Интегральные законы сохранения массы, количества движения и момента количества движения.
   - 3.1. Теорема Гаусса–Остроградского. Формула дифференцирования по времени интеграла, взятого по подвижному объему (теорема переноса).
   - 3.2. Закон сохранения массы. Понятие массы, плотности, аддитивность. Уравнение неразрывности в переменных Эйлера. Соленоидальность поля вектора скорости несжимаемой среды. Напряженность трубок тока в несжимаемой среде (расход). Однородные и неоднородные среды. Потенциальные течения несжимаемых сред.
   - 3.3. Вывод интегрального уравнения массы для неподвижного объема в переменных Эйлера. Уравнение неразрывности в переменных Лагранжа. Аналоги уравнения неразрывности для нематериальных сред.
   - 3.4. Понятие многокомпонентных смесей. Плотность и массовая концентрация компонентов, плотность смеси, скорость центра масс частицы смеси. Закон изменения массы компонентов в интегральной и дифференциальной формах. Рождение компонентов при химических реакциях. Условия согласования. Скорость диффузии. Закон Фика.
   - 3.5. Понятие распределенных массовых и поверхностных сил. Формулировка закона изменения количества движения для конечного объема сплошной среды. Свойства внутренних напряжений. Уравнение движения в дифференциальной форме. Уравнения равновесия.

- 3.6. Уравнение момента количества движения в интегральной и дифференциальной формах. Симметрия тензора напряжений в классическом случае.

4. Тензоры напряжений и деформаций.

    - 4.1. Тензор напряжений. Тензорная поверхность симметричного тензора напряжений. Геометрическое отыскание направления вектора поверхностной силы при известной тензорной поверхности. Главные оси и главные компоненты симметричного тензора напряжений. Максимальные значения касательных напряжений.
    - 4.2. Теория деформаций. Тензоры деформаций. Геометрический смысл ковариантных компонент тензора деформаций. Главные оси и главные компоненты тензоров деформаций. Коэффициент объемного расширения в случае малых деформаций.
    - 4.3. Вектор перемещения. Выражение компонент тензора деформаций через компоненты вектора перемещения при конечных и малых перемещениях. Уравнение совместности для компонент тензора деформаций.
    - 4.4. Тензор скоростей деформаций. Связь компонент тензоров деформаций и скоростей деформаций. Условия совместности. Кинематический смысл компонент тензора скоростей деформаций. Теорема Коши–Гельмгольца о разложении скорости в бесконечно малой частице сплошной среды. Скорость относительного изменения объема.

5. Модели сплошных сред.

    - 5.1. Модель идеальной жидкости. Уравнения Эйлера. Баротропные процессы. Уравнения в форме Громеки–Лэмба. Интеграл Бернулли. Интеграл Коши–Лагранжа.
    - 5.2. Модели вязкой жидкости и линейно-упругого твердого тела. Закон Навье–Стокса для изотропной среды в главных осях и в произвольной системе координат. Совпадение главных направлений тензора напряжений и деформаций для линейно-вязкой жидкости и линейно-упругого тела в изотропной и гиротропной среде.
    - 5.3. Уравнения движения вязкой жидкости. Второй коэффициент вязкости. Ламинарное течение в цилиндрической трубе (течение Пуазейля). Коэффициент сопротивления. Средняя и максимальная скорость, объемный расход.
    - 5.4. Закон Гука. Модуль сдвига Юнга. Уравнения движения в перемещениях для линейно-упругого тела (уравнения Ламе). Уравнения равновесия (задачи статики). Уравнения равновесия в компонентах напряжения (уравнения Бельтрами–Митчела).
    - 5.5. Задача об одноосном растяжении бруса. Физический смысл модуля Юнга и коэффициента Пуассона.
    - 5.6. Плоские волны в безграничной линейно-упругой среде. Скорости продольных и поперечных волн.

6. Термодинамика сплошных сред. Функции состояния и процесса. Первое и второе начала.

    - 6.1. Состояние физической среды. Макропараметры. Определяющие параметры. Изменение состояния системы. Функции состояния и процесса. Термодинамическое равновесие. Приток энергии к системе для элементарного процесса. Понятие теплоты и работы. Первое начало термодинамики. Однозначная функция состояния — энергия. Внутренняя и кинетическая энергия.
    - 6.2. Теорема о кинетической энергии (теорема живых сил) для конечного и бесконечно малого объема сплошной среды, работа внутренних и внешних массовых и поверхностных сил. Работа внутренних поверхностных сил в идеальной среде.

- 6.3. Модели сплошных сред, для которых энергия является аддитивной функцией. Уравнение полной энергии для конечного и малого объема сплошной среды. Уравнение внутренней энергии (уравнение притока тепла). Вектор потока тепла.
- 6.4. Понятие равновесных и неравновесных, обратимых и необратимых процессов. Циклы. Понятие температуры. Двухпараметрические среды. Идеальная теплоемкость. Адиабатические и изотермические процессы. Приток тепла при политропном процессе. Изотермы и адиабаты для совершенного газа. Работа, совершаемая системой над внешними телами при квазистатическом процессе.
- 6.5. Цикл Карно. Второе начало термодинамики. Теорема Карно. Введение абсолютной температуры. Введение однозначной функции состояния энтропии для произвольных обратимых циклов в двухпараметрической среде. Введение энтропии для обратимых процессов в макроскопически малом объеме сплошной среды.
- 6.6. Формулировка второго начала термодинамики применительно к необратимым процессам для многопараметрических сред. Приток энтропии извне и рождение энтропии внутри системы.
- 6.7. Термодинамические потенциалы двухпараметрических сред: энергия, энтропия, свободная энергия, энтальпия, потенциал Гиббса. О введении энтропии статическим путем.

7. Замкнутые системы уравнений и граничные условия для различных моделей сплошных сред. Постановка задач в МСС.

- 7.1. Идеальная несжимаемая жидкость. Идеальный газ, вязкая жидкость. Замкнутые системы уравнений. Формула Гиббса. Рождение энтропии в системе в результате вязких необратимых процессов. Неотрицательность первого и второго коэффициентов вязкости.
- 7.2. Модель вязкой теплопроводной жидкости. Рождение энтропии и приток энтропии извне. Вектор притока энтропии. Диссипативная функция как положительно определенная квадратичная форма.
- 7.3. Закон сохранения энергии для упругого тела. Упругий потенциал.
- 7.4. О постановке задач в МСС. Начальные и краевые условия. Граничные условия на жестких и свободных границах. Условия прилипания, проскальзывания. Краевые задачи в теплопроводной среде. Граничные условия первого, второго и смешанного типов.