# ОСНОВЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

*проф. Б. Е. Победря*

*1/2 года; 2 курс*

## Кинематика сплошной среды.

Гипотеза оплошности. Система отсчета. Пространственные координаты. Основная лемма. Дифференцируемое многообразие. Понятие тела. Частицы. Материальные координаты. Отсчетная и актуальная конфигурации. Определение движения тела. Описание движения. Эйлеровы и лагранжевы координаты. Связь между ними. Гипотеза непроницаемости. Связь между материальными и лагранжевыми координатами. Тензорная алгебра. Траектория частицы. Векторы скорости и ускорения. Полная, местная и конвективная производные по времени. Преобразование материальных осей и плоскостей. Уравнение траекторий. Векторные линии, линии тока. Уравнения линий тока. Установившееся (стационарное) течение. Основы векторного анализа. Вектор "набла". Символы Леви–Чевиты. Измерение площадей и объемов. Поток вектора через поверхность. Теорема Остроградского–Гаусса. Потенциальное течение. Источник, сток. Расход. Циркуляция вектора. Теорема Стокса. Вектор вихря. Соленоидальное поле, вихревое поле. Вихревые трубки. Теоремы Гельмгольца о вихрях.

## Меры деформации.

Дифференцирование по времени интеграла, взятого по жидкому объему. Голономные и неголономные базисы в отсчетной и актуальной конфигурациях. Фундаментальные матрицы. Символы Кристоффеля 1-го и 2-го рода. Ковариантное дифференцирование. Тензоры Леви–Чивиты. Деформирование сплошной среды. Изменение длины волокна, площадей и объемов. Вектор перемещения. Компоненты тензора деформации и их связь с вектором перемещения. Тензоры деформаций Лагранжа и Эйлера. Градиент деформации (тензор дисторсии). Правый и левый тензоры Коши–Грина и Альманзи. Связи между ними. Теорема о полярном разложении, её применение к описанию деформирования. Жёсткое движение. Меры и тензоры деформации для него. Тензор Генки. Градиент скорости деформации. Тензор скоростей деформации. Спин-тензор и его связь с вектором вихря. Деформирование малой окрестности точки. Теорема Коши–Гельмгольца. Определение малой деформации. Вид мер и тензоров деформации в случае малых деформаций. Геометрический смысл компонент тензора малых деформаций. Относительное изменение объема. Разложение тензора деформаций на шаровую часть и девиатор. Геометрический смысл разложения. Интегрируемость соотношений Коши. Уравнения совместности Сен-Венана. Тензор несовместности. Его связь с тензором кривизны риманова пространства $V^3$. Формулы Чезаро.

## Основные постулаты МСС.

Постулат о сохранении массы. Уравнение неразрывности. Закон сохранения массы в лагранжевом описании. Закон сохранения массы для многокомпонентных сред. Уравнения диффузии. Силы, действующие в сплошной среде. Плотность поверхностных сил. Вектор напряжения. Закон изменения количества движения (второй постулат МСС). Векторы напряжений на координатных площадках. Выражение вектора напряжений на произвольной площадке через векторы напряжений координатных площадок. Тензор напряжений Коши. Уравнения движения сплошной среды в актуальной конфигурации. Уравнения равновесия. Постулат об изменении момента количества движения (кинетического момента) — третий постулат МСС. Симметричность тензора напряжений Коши. Внутренние моменты, массовые и поверхностные моменты в сплошной среде. Уравнения движения для моментов. Моментные напряжения. Кинетическая энергия, работа внешних и внутренних сил. Теорема живых сил (актуальная конфигурация). Уравнения движения сплошной среды в отсчетной конфигурации. Тензоры напряжений Пиолы и Кирхгофа. Их связь с тензором Коши. Следствия постулата об изменении момента количества движения для тензора Пиолы. Теорема живых сил для отсчетной конфигурации. Нормальные и касательные напряжения. Закон парности касательных напряжений. Экстремальные свойства нормальных напряжений. Главные напряжения, главные площадки. Инварианты симметричного тензора напряжений. Экстремальные свойства касательных напряжений. Главные касательные напряжения, площадки главных касательных напряжений. Выражения компонент тензора напряжений через главные напряжения. Диаграммы Мора описания напряжённого состояния в точке. Октаэдрические площадки. Физический смысл среднего нормального напряжения и интенсивности тензора напряжений. Тензор напряжений при малых деформациях. Разложение тензора напряжений на девиатор и шаровую часть.

### Идеальная жидкость.

Определения идеальной жидкости. Уравнения движения Эйлера идеальной жидкости. Замкнутая система уравнений для идеальной несжимаемой жидкости. Замкнутая система уравнений для баротропной жидкости. Граничные условия. Уравнения движения в форме Громеко–Лемба. Интеграл Бернулли. Интеграл Коши–Лагранжа. Примеры применения интеграла Бернулли.

### Модель фильтрации.

Пористость грунта. Средняя скорость по объёму пор (физическая скорость). Скорость фильтрации. Закон Дарси. Обобщённый закон Дарси. Замкнутая система уравнений линейной фильтрации.

### Модель линейного упругого тела.

Обобщённый закон Гука. Группы изотропии, трансверсальной изотропии, ортотропии. Тензоры, инвариантные относительно этих групп. Изотропный тензор четвёртого ранга. Закон Гука для изотропной среды. Связь между девиаторами и шаровыми частями тензоров напряжений и малых деформаций. Упругие постоянные. Замкнутая система уравнений для линейного упругого тела. Уравнения движения и уравнения равновесия Ламе. Краевые задачи теории упругости. Потенциальная энергия деформации. Лагранжиан. Замкнутая система уравнений для упругого тела при конечных деформациях. Упругий потенциал. Изотропная тензорная функция от симметричного тензора второго ранга. Квазилинейная изотропная тензорная функция.

### Вязкая ньютоновская жидкость.

Определяющие соотношения для вязкой ньютоновской жидкости. Коэффициенты вязкости. Уравнения Навье–Стокса. Замкнутая система уравнений модели несжимаемой вязкой жидкости. Условия прилипания.

### Основы теории размерности.

Основные и производные единицы измерения. Класс системы единиц измерения. Размерность физической величины. Теорема о степенном выражении размерности. Лемма об унарном выборе независимых размерностей. Пи-теорема. Понятие энергии. Анализ размерностей при определении периода колебаний математического маятника и радиуса фронта волны при ядерном взрыве.

### Термодинамика.

Процессы. Термодинамические процессы. Циклы. Обратимые и необратимые процессы. Определяющие соотношения. Уравнения состояния. Уравнение состояния для идеального газа. Первый закон термодинамики. Теплоёмкость. Формула Майера. Необратимое и обратимое изотермическое расширение совершенного газа в цилиндре. Диссипация энергии. Адиабата Пуассона. Политропный процесс. Формулировки второго закона термодинамики (Клаузиуса, Кельвина–Планка и др.). Цикл Карно. Коэффициент полезного действия тепловой машины и его наибольшее значение. Теорема об абсолютной температуре. Размерность тепловых величин. Лемма о тепле. Энтропия. Математическая формулировка второго закона термодинамики. Неравенство Клаузиуса. Термодинамическое тождество. Вероятностное описание энтропии. Теорема Нернста (третий закон термодинамики). Температура как интегрирующий множитель. Принцип Каратеодори. Энтропия для совершенного газа. Термодинамические потенциалы и связь между ними. Преобразование Лежандра. Уравнение притока тепла. Закон теплопроводности Фурье. Тензор теплопроводности. Интегральная формулировка первого закона термодинамики (четвёртый постулат МСС). Интегральная формулировка второго закона термодинамики (пятый постулат МСС). Производство энтропии. Дифференциальные следствия законов термодинамики. Единая формулировка законов сохранения в интегральном виде и дифференциальные следствия из них.