ОСНОВЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

проф. Д. В. Георгиевский

1/2 года, 2 курс

1. Размерности физических величин. Формулировка Пи-теоремы и примеры её использования в задачах механики.

2. Общие сведения векторного анализа. N-мерные символы Леви–Чивиты. Правила сокращённого суммирования. Скалярное, векторное, тензорное (диадное) умножения. Тензоры второго и четвёртого рангов и их возможные свёртки. Линейный, квадратичный и кубический инварианты тензора второго ранга. Формула Гамильтона–Кели. Дифференциальные операторы дивергенция, ротор, градиент.

3. Лагранжев и эйлеров подходы для описания движения сплошной среды. Закон движения. Скорость и ускорение. Меры конечных деформаций. Тензоры деформаций Лагранжа и Альманзи. Тензор бесконечно малых деформаций. Формулы Коши. Тензор и вектор вращения.

4. Формулы Чезаро. Уравнения совместности деформаций. Физический смысл компонент тензора деформаций.

5. Понятия потока векторного поля через поверхность и циркуляции вдоль кривой. Формулы Стокса и Гаусса–Остроградского. Линии тока и траектории. Трубки тока и струи. Первая теорема Гельмгольца. Тензор скоростей деформаций и физический смысл его компонент. Вихрь, вихревая линия, вихревая трубка. Вторая теорема Гельмгольца. Полная (субстанциональная), частная и конвективная производные по времени. Представление конвективной производной от скорости в форме Громеко–Лэмба.

6. Объёмные, массовые и поверхностные силы. Вектор напряжения на площадке. Нормальное и касательное напряжения на площадке. Тензор напряжений. Физический смысл его компонент. Главные напряжения. Главные площадки.

7. Правило дифференцирования по времени интеграла по подвижному объёму. Закон сохранения массы в интегральной и дифференциальной формах. Уравнение неразрывности. Условие несжимаемости.

8. Закон сохранения количества движения в интегральной и дифференциальной формах. Уравнения движения. Закон сохранения момента количества движения в интегральной и дифференциальной формах. Симметрия тензора напряжений. Максимальные касательные напряжения и расположение площадок, на которых они реализуются. Круги Мора.

9. Закон сохранения механической энергии в интегральной форме (теорема “живых сил”). Вектор потока тепла. Массовые источники тепла. Изменение энергии за счёт притока тепла. Первый закон термодинамики в интегральной форме. Удельная внутренняя энергия. Локальное уравнение энергии.

10. Закон Фурье. Матрица теплопроводности. Температура и энтропия. Неравенство Клаузиуса–Дюгамеля. Второй закон термодинамики. Термодинамические функции состояния (свободная энергия Гельмгольца, свободная энергия Гиббса; энтальпия). Зависимые и независимые термодинамические параметры. Получение определяющих соотношений сплошной среды. Физически линейные и нелинейные среды. Склерономные и реономные среды. Композиты.

11. Упругое тело. Определяющие соотношения в линейной упругости. Материальные константы (тензор модулей упругости, тензор термомеханической связанности, теплоёмкость при постоянной деформации). Связанные и несвязанные среды. Закон Гука для анизотропного упругого тела. Виды упругой симметрии.

12. Закон Гука для изотропного упругого тела. Постоянные Ламе. Технические постоянные. Модуль объёмного сжатия. Коэффициент теплового расширения. Физический смысл упругих постоянных и области их изменения. Обратная форма закона Гука.

13. Идеальная жидкость. Уравнения Эйлера. Уравнения движения в форме Громеко–Лэмба. Гидростатика несжимаемой жидкости. Равновесие под действием потенциальных сил. Равновесие в поле силы тяжести. Главный вектор и главный момент сил со стороны жидкости на погруженное в неё тело. Закон Архимеда.

14. Задача о равновесии шара на поверхности жидкости. Вращение жидкости с постоянной угловой скоростью. Форма свободной поверхности. Задача об эксцентриситете земного шара.

15. Совершенный газ. Уравнение состояния. Постоянная Больцмана. Удельная газовая постоянная. Уравнение теплопроводности. Баротропия. Скорость звука в среде. Изотермический и адиабатический процессы. Задача о высоте равновесной политропной атмосферы. Функция давления. Её вид в случаях несжимаемости, изотермического и адиабатического процессов.

16. Слабо сжимаемые среды. Волновое уравнение распространения слабых возмущений. Замкнутая система уравнений относительно функции давления и потенциала скорости.

17. Волновое уравнение. Общие свойства решений однородного одномерного волнового уравнения на всей оси. Неподвижный и движущийся источник. Дозвуковая и сверхзвуковая скорости. Число Маха. Эффект Допплера. Конус Маха.

18. Интеграл Бернулли вдоль траектории и вдоль вихревой линии и условия его существования. Задача о скорости вытекания жидкости из резервуара. Трубка Пито–Прандтля. Водяные часы.

19. Потенциальные течения несжимаемой жидкости. Эквипотенциальные поверхности. Уравнение Лапласа. Интеграл Коши–Лагранжа. Замкнутые системы уравнений. Источник — сток. Суперпозиция потенциальных течений. Диполь. Задача об обтекании сферы потоком идеальной жидкости. Сила, действующая со стороны жидкости на сферу. Парадокс Эйлера–Даламбера. Плоские потенциальные течения несжимаемой жидкости. Ортогональность эквипотенциальных линий и линий тока. Источник — сток. Вихрь. Вихреисточник. Диполь.

20. Вязкая жидкость. Объёмная и сдвиговая вязкости. Уравнения Навье–Стокса движения вязкой несжимаемой жидкости. Зависимость динамической и кинематической вязкости от температуры. Течение Пуазейля в трубе произвольного сечения. Постановка задачи Дирихле. Течение Пуазейля в трубах круглого и треугольного сечений. Одномерное движение тяжёлого вязкого слоя по наклонной плоскости. Плоское течение Куэтта. Задача о диффузии вихревого слоя в вязкой полуплоскости. Автомодельные переменные.

21. Обезразмеривание уравнений в некотором базисе. Решение задач в безразмерном виде. Числа Рейнольдса и Фруда. Масштабное моделирование. Масштабно подобные явления. Задача о времени истечения тяжёлой вязкой жидкости из резервуара.

22. Упругопластическое тело. Характерные диаграммы “напряжение — деформация” для растяжения стержня. Нагрузка, разгрузка и остаточные деформации в стержне.