ОСНОВЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

проф. Г. Л. Бровко

1 год, 2 курс (отделение механики)

1. Основные понятия и законы классической механики

   - 1.1. Тела, масса. Взаимодействия тел. Системы сил, результирующая сила. Попарная уравновешенность, сбалансированность систем сил.
   - 1.2. Мир событий как модель реального мира движущихся и взаимодействующих тел. Системы отсчета, замена системы отсчета. Движение, актуальные конфигурации тел. Основные характеристики движений и взаимодействий.
   - 1.3. Основные законы классической механики: закон сохранения массы, закон соотнесенности сил и конфигураций тел, закон независимости мощности работы результирующих сил от системы отсчета. Следствия о сбалансированности и попарной уравновешенности системы сил и моментов сил.
   - 1.4. Большая система активно взаимодействующих тел. Инерциальные системы отсчета. Законы инерции Ньютона. Активные силы и силы инерции, даламберово равновесие. Первый и второй законы движения Эйлера.

2. Основные гипотезы механики сплошной среды. Способы описания движения сплошной среды.

   - 2.1. Основные гипотезы механики сплошной среды: гипотеза сплошности, гипотеза распределенности массы, гипотеза распределенности массовых и поверхностных сил; контактный характер поверхностных сил. Законы движения Коши–Эйлера в механике сплошной среды.
   - 2.2. Способы описания движения: материальное описание, лагранжевы способы (отсчетное и относительное описание), эйлеров способ (пространственное описание), их эквивалентность.
   - 2.3. Материальные производные скалярных, векторных и тензорных механических характеристик по времени. Представление вектора ускорения и уравнения неразрывности в лагранжевой и эйлеровой формах. Кинематический смысл дивергенции поля скоростей в эйлеровом описании. Изохорические движения, несжимаемость.
   - 2.4. Траектории движения, линии тока. Установившееся (стационарное) движение. Вихрь поля скоростей (в эйлеровом описании), вихревые линии, вихревые поверхности. Кинематические теоремы Гельмгольца о вихревых трубках. Безвихревые (потенциальные) движения.

3. Деформации материальных частиц среды. Тензоры деформаций Грина и Альманзи.

   - 3.1. Понятие деформации элементарных материальных частиц по Коши. Аффинор деформации, однородная деформация. Полярное разложение аффинора деформации: правый и левый тензоры растяжений (чистой деформации), тензор вращений (поворота), правые и левые главные оси деформации, главные удлинения. Примеры: жесткое движение, чистая деформация.
   - 3.2. Кратности удлинений элементарных материальных волокон и изменение углов между ними в процессе деформации. Подходы Коши–Грина и Коши–Альманзи к описанию деформаций. Меры деформаций Коши и Альманзи, тензоры деформаций Грина и Альманзи.
   - 3.3. Ориентированные элементарные площадки и элементарные объемы. Деформации элементарных площадок и объемов.

4. Тензоры дисторсий. Выражение тензоров деформаций через вектор перемещений. Случаи малых деформаций, малых дисторсий и классический случай “малых деформаций”.

   - 4.1. Тензоры дисторсий. Выражение тензоров деформаций Грина и Альманзи через вектор перемещений, компонентные представления.
   - 4.2. Аддитивные тензоры растяжений и поворота. Случаи малых деформаций, малых дисторсий, классический случай “малых деформаций” (малые дисторсии и перемещения). Линейный тензор деформаций Коши.
   - 4.3. Относительное удлинение материального волокна, (угловой) сдвиг двух материальных волокон, относительное изменение объема в случаях малых деформаций и малых дисторсий (а также в классическом случае малых деформаций). Кинематический смысл декартовых компонент линейного тензора деформаций Коши.

5. Наложение деформаций. Скорости деформаций, спин. Аналогия теории скоростей деформаций и классического случая малых деформаций, уравнения совместности деформаций Сен-Венана.

   - 5.1. Замена отсчетной конфигурации. Актуальная конфигурация в качестве новой отсчетной (относительное описание). Наложение деформаций. Тензоры скоростей дисторсий, скоростей деформаций и скоростей вращений (спин), их связь с тензорами дисторсий, деформаций и вращений относительного описания. Связь тензоров скоростей деформаций и скоростей вращений с тензорами растяжений и поворота отсчетного (лагранжева) описания.
   - 5.2. Кинематический смысл спина и тензора скоростей деформаций, скорость относительного удлинения волокна, скорость (углового) сдвига двух волокон, скорость относительного изменения объема.
   - 5.3. Аналогия теории скоростей деформаций и классического случая малых деформаций. Ротор векторного и тензорного полей, следствия формулы Стокса для потенциальных и безвихревых полей. Уравнения совместности Сен-Венана, тензор несовместности.

6. Теория напряжений. Тензор напряжений Коши, механический смысл компонент, свойство взаимности. Тензоры условных напряжений.

   - 6.1. Напряженное состояние среды. Постулат Коши. Основная лемма и фундаментальная теорема Коши о существовании тензора напряжений.
   - 6.2. Тензор истинных напряжений Коши. Нормальные и касательные напряжения, смысл декартовых компонент тензора напряжений. Теорема взаимности Коши, свойство парности касательных напряжений (декартовых компонент напряжений). Главные оси напряжений, главные напряжения. Пример напряженного состояния при одноосном растяжении.
   - 6.3. Тензоры условных напряжений Пиолы–Кирхгофа первого и второго рода, “энергетический” тензор напряжений Ильюшина. Лагранжево и смешанное описание напряженного состояния (вектора напряжений). Связь компонент тензоров напряжений в лагранжевых (в отстчетной и актуальной конфигурациях) и смешанном базисах. Связь между различными тензорами напряжений в случаях малых деформаций и малых дисторсий.

7. Уравнения баланса в механике сплошной среды (локальная форма). Граничные и начальные условия. О постановках краевых задач.

   - 7.1. Общее уравнение баланса и общее уравнение поля в механике сплошной среды. Пример: баланс удельного объема и уравнение неразрывности. Следствия основной леммы Коши о попарной уравновешенности контактных и массовых сил и их моментов. Учет внутренних массовых сил в активных взаимодействиях тел большой системы (и их частей). Независимость суммарной плотности (внешних и внутренних) активных массовых сил от выбора тела данной большой системы.

- 7.2. Баланс количества движения и первое уравнение движения Коши. Баланс момента количества движения и второе уравнение движения Коши (симметричность тензора напряжений). Представление уравнений движения через тензоры условных напряжений в лагранжевом описании.
- 7.3. Граничные и начальные условия. Основная система соотношений (начально-) краевой задачи механики сплошной среды в лагранжевом описании и в классическом случае "малых деформаций". Динамика, квазистатика, статика, необходимые условия статического равновесия. Основная система соотношений (начально-) краевой задачи в эйлеровом описании. Динамика, квазистатика, стационарные движения.

8. Основные принципы общей теории определяющих соотношений сплошных сред. Гипотеза макроскопичности. Общие приведенные формы определяющих соотношений классических сред (простых тел) А. А. Ильюшина и У. Нолла.

    - 8.1. Внешние воздействия и динамические процессы в телах. Преобразование компонент динамического процесса при замене системы отсчета. Понятия механических свойств сопротивления тел деформированию и определяющих соотношений.
    - 8.2. Основные принципы общей теории определяющих соотношений механики сплошной среды: упрощающие предположения о внутренних массовых взаимодействиях; предыстория движения, принцип детерминизма и причинности; принцип локальности; принцип материальной независимости от системы отсчета. Гипотеза макроскопичности механических свойств материалов, простые материалы. Рамки классической механики сплошной среды.
    - 8.3. Совместные следствия гипотезы и основных принципов. Общие приведенные формы определяющих соотношений классической механики сплошной среды А. А. Ильюшина и У. Нолла, их эквивалентность.

9. Материалы с внутренними связями: принцип детерминизма и определяющие соотношения.

    - 9.1. Тела с внутренними кинематическими связями. Применение основных принципов теории определяющих соотношений к уравнению кинематических связей, общая приведенная форма уравнения простой кинематической связи (для классических сред).
    - 9.2. Материалы с простейшими (простыми мгновенными) внутренними кинематическими связями: принцип детерминизма и определяющие соотношения. Примеры: несжимаемость, нерастяжимость, абсолютная твердость.

10. Некоторые классы материалов. Определяющие эксперименты. Конечная предыстория тел, старение. Примеры классических сред.

    - 10.1. Некоторые общие классы определяющих соотношений механических свойств сопротивления деформированию: единообразные и однородные тела, склерономные и реономные свойства, материалы с конечной и инфинитезимальной памятью, с мгновенной реакцией (упругие), изотропия и анизотропия свойств.
    - 10.2. Экспериментальная воспроизводимость реакций тел. M-эксперименты. Экспериментальное исследование свойств материалов. Теория определяющих экспериментов. Конечная предыстория деформации, старение тел. Практика эксперимента с однородными образцами: некоторые виды образцов и однородных (квазиоднородных) состояний, типичные эксперименты.

11. Примеры классических сред.

    - 11.1. Простейшие жидкости: текучесть, изотропия. Соответствие определяющим соотношениям У. Нолла и А. А. Ильюшина. Сжимаемость и несжимаемость. Простейшие жидкости с линейными определяющими соотношениями: эйлерова (идеальная) жидкость, ньютонова (линейно вязкая) жидкость. Гидростатика, непроявление вязкости.
    - 11.2. Упругое тело. Гиперупругость, изотропия, линейность определяющей функции. Несжимаемость. Основные предположения классической теории упругости. Закон Гука. Аналогия определяющих соотношений ньютоновой жидкости и классического изотропного линейно упругого тела.

12. О задачах механики сплошной среды для простейших классических сред.

    - 12.1. Задачи гидромеханики идеальных жидкостей. Уравнения Эйлера. Случай не-сжимаемых однородных жидкостей. Гидростатика, необходимые условия.
    - 12.2. Задачи гидромеханики линейно-вязких жидкостей. Уравнения Навье–Стокса. Гидростатика: совпадение с поведением идеальной жидкости.
    - 12.3. Задачи классической линейной теории упругости. Уравнения Ляме.