МЕХАНИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

проф. С. В. Шешенин

1 год, 3 курс

Индивидуализация материальных точек. Лагранжевы координаты, лагранжево описание движения сплошной среды. Скорость, ускорение. Поле вектора скорости. Эйлерово описание движения. Переход от одного способа описания к другому. Полная, частная и конвективная производные по времени. Вычисление ускорения при эйлеровом описании. Траектории движения и линии тока.

Криволинейные системы координат. Локальный и взаимный базисы. Ковариантные, контравариантные и смешанные компоненты векторов и тензоров. Преобразование компонент тензоров и векторов при замене системы координат. Симметричные и антисимметричные тензоры второго ранга. Тензоры четвертого ранга. Алгебраические операции над тензорами.

Ковариантное дифференцирование векторов и тензоров второго ранга. Вектор градиента. Градиент скалярной функции. Дивергенция и ротор векторного поля. Векторное и смешанное произведение векторов. Вычисление объемов.

Актуальное и начальное состояния. Тензор градиента места. Преобразование материальных отрезков. Тензор дисторсии и меры деформации Коши–Грина и Альманси. Собственные векторы и собственные значения мер деформаций. Геометрический смысл собственных значений. Полярное разложение. Мультипликативное представление преобразования окрестности материальной точки при деформации. Тензоры деформаций. Выражение через вектор перемещения.

Тензор малых деформаций. Геометрический смысл компонент. Тензор скоростей деформаций. Аддитивное представление преобразования окрестности материальной точки при малых и бесконечно малых деформациях. Вектор вихря и дивергенция вектора скорости. Изменение объема при конечных, малых и бесконечно малых деформациях.

Закон сохранения массы при лагранжевом описании. Дифференцирование по времени интеграла, взятого по индивидуальному объему. Уравнение сохранения массы (уравнение неразрывности) при эйлеровом описании.

Объемные и поверхностные силы. Вектор внутренних напряжений. Закон изменения количества движения. Контравариантные векторы напряжений. Зависимость вектора напряжений от ориентации площадки. Тензор напряжений Коши. Физический смысл компонент тензора напряжений в декартовых координатах.

Дифференциальные уравнения движения сплошной среды в декартовых и криволинейных координатах. Закон изменения момента количества движения. Симметричность тензора напряжений.

Компоненты тензора напряжений в криволинейных координатах. Физические компоненты. Смысл собственных значений тензора напряжений. Главные оси и инварианты тензоров напряжений и малых деформаций. Тензорная поверхность. Шаровой тензор.

Определяющие соотношения идеальной жидкости. Однородная жидкость. несжимаемая жидкостью Закон Архимеда. Полная система уравнений для несжимаемой однородной и неоднородной жидкости. Баротропная жидкость. Граничные и начальные условия в случае идеальной жидкости.

Уравнения движения в форме Громеки–Лемба. Интеграл Бернулли в случаях несжимаемой и баротропной жидкости. Задача о вытекании несжимаемой жидкости из сосуда.

Предположения линейной теории упругости. Закон Гука. Понятия изотропии и анизотропии. Число независимых упругих постоянных для разных случаев анизотропии. Закон Гука для изотропной среды. Состояния чистого сдвига, одноосного растяжения–сжатия, всестороннего растяжения–сжатия. Модули сдвига, Юнга, всестороннего растяжения–сжатия, коэффициент Пуассона, параметры Ламе.

Уравнения Ламе. Граничные и начальные условия. Задача определения изменения объема упругого цилиндра, находящегося на гладкой поверхности под действием силы тяжести.

Вязкая жидкость. Закон Навье–Стокса. Уравнения движения Навье–Стокса. Полная система уравнений для однородной и неоднородной вязкой жидкости. Типичные краевые условия. Начальные условия.

Размерности физических величин. П-теорема.

Теорема об изменении кинетической энергии. Работа внутренних и внешних сил. Вычисление работы внутренних сил в случае моделей идеальной жидкости и линейной теории упругости.

Термодинамические параметры и процессы. Термодинамическое равновесие. Равновесные и неравновесные процессы. Обратимые и необратимые процессы. Полная энергия. Внутренняя энергия. Закон сохранения полной энергии — первый закон термодинамики. Поверхностный и массовый притоки тепла. Вектор потока тепла. Уравнение притока тепла. Уравнение притока тепла для идеальной жидкости.

Двухпараметрические среды. Совершенный газ. Теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении. Формула Майера. Адиабатические и изотермические процессы. Политропный процесс.

Цикл Карно. Обратимые и необратимые циклы. КПД цикла Карно. Второй закон термодинамики (две формулировки). Теорема Карно. Абсолютная температура. Эквивалентность формулировок второго закона термодинамики.

Произвольные замкнутые процессы. Количественная формулировка второго закона термодинамики для обратимых и необратимых процессов. Энтропия. Энтропия совершенного газа. Изотермы совершенного газа. Адиабата Пуассона. Цикл Карно для совершенного газа.

Термодинамические потенциалы двухпараметрических сред. Свободная энергия, энтальпия, потенциал Гибсса.

Модели идеальной несжимаемой и идеальной сжимаемой теплопроводной жидкостей. Полная система уравнений. Модель совершенного газа. Газ Ван-дер-Ваальса.

Модель вязкой теплопроводной жидкости. Закон Навье–Стокса. Закон Фурье. Диссипация механической энергии. Полная система уравнений.

Линейная теория термоупругости. Теплоемкости при постоянной деформации и при постоянном напряжении. Модули упругости для адиабатических и изотермических процессов. Соотношения Дюгамеля–Неймана. Связанная система уравнений термоупругости. Уравнение теплопроводности.

Поверхности разрыва в сплошных средах. Примеры. Сильные и слабые разрывы. Задача об ударе по полубесконечному стержню. Одномерное волновое уравнение. Дифференцирование по времени интеграла взятого по индивидуальному объему, содержащему поверхность разрыва. Соотношения на поверхностях разрыва в сплошной среде. Конкретизация для идеальных сред. Скачки уплотнения и разряжения.

Адиабата Гюгонио. Скорость распространения слабых скачков. Скорость распространения скачков уплотнения. Задача о поршне.

Уравнения движения идеальной жидкости в форме Громеки–Лемба. Функция давления. Интеграл Бернулли. Интеграл Коши–Лагранжа. Элементарная теория сопла Лаваля.

Теорема Гельмгольца. Сохранение циркуляции скорости (теорема Томпсона). Сохранение потенциальности течения (теорема Лагранжа).

Скорость истечения идеальной несжимаемой жидкости под действием силы тяжести. Скорость истечения идеального совершенного газа под действием перепада давления.

Пространственные потенциальные течения. Источники и диполи. Движение сферы в идеальной несжимаемой жидкости. Сила сопротивления. Парадокс Даламбера. Присоединенная масса.

Плоские течения. Функция тока и комплексный потенциал. Источник и вихрь. Обтекание кругового цилиндра. Парадокс Даламбера. Формула Жуковского.

Распространение малых возмущений в идеальной среде. Линеаризация и сведение к волновому уравнению. Плоские и сферические волны. Скорость звука. Эффект Доппела. Конус Маха.

Распространение плоской волны в идеальной сжимаемой среде. Решения Римана. Опрокидывание простой волны.

Течение вязкой несжимаемой жидкости по трубам. Течение Пуазейля. Число Рейнольдса. Ламинарные и турбулентные течения.

Задача о кручении цилиндрических упругих стержней. Функция напряжений при кручении. Аналогия с течением Пуазейля.

Уравнения ламинарного пограничного слоя.

Вариационное уравнение и вариационный принцип Лагранжа в линейной теории упругости. Метод Ритца. Теорема единственности в статической и динамической задачах теории упругости в перемещениях.

Формула Чезаро. Уравнения совместности малых деформаций. Плоское деформированное и плоское напряженное состояния. Обобщенное плоское напряженное состояние. Функция напряжений Эри. Сведение к задаче для бигармонического уравнения.

Задача Ламе о трубе под действием внутреннего и внешнего давлений. Задача о чистом изгибе балки.

Методы теории сопротивления материалов в задачах об изгибе балок. Волны в упругой безграничной изотропной среде. Скорость продольных и поперечных волн. Поверхностные волны Рэлея.

Основные понятия теории пластичности. Условия пластичности Мизеса и Треска. Деформационная теория. Теория течения. Ассоциированный закон.