

МЕХАНИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ*проф. Д. В. Георгиевский**1 год, 3 курс*

1. Физические величины. Размерные и безразмерные величины. Базис обезразмеривания. Формулировка Пи-теоремы. Примеры задач на применение Пи-теоремы. Задача о математическом маятнике. Задача о точечном взрыве в атмосфере. Сила, действующая на шар, обтекаемый вязкой жидкостью.

2. Тензорная алгебра. Три типа умножения векторов и тензоров второго ранга. Основы тензорного анализа. Операторы набла, дивергенция, ротор, градиент. Разложение тензора на девiator и шаровую часть. Инварианты вектора и тензора. Собственные векторы и значения симметричного тензора.

3. Ковариантные, контравариантные и физические компоненты вектора и тензора в ортогональной криволинейной системе координат. Ковариантное дифференцирование. Символы Кристоффеля второго рода.

4. Континуум в \mathbb{R}^3 , \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^1 . Лагранжев и эйлеров способы описания движения сплошной среды. Траектория частицы. Закон движения. Перемещение, скорость, ускорение. Полная, частная и конвективная производные по времени.

5. Меры деформаций Коши и Грина. Лагранжев и эйлеров тензоры конечных деформаций. Их связь с перемещениями. Тензор малых деформаций. Тензор вращения. Дисторсия. Вектор линейного поворота. Соотношения Коши.

6. Формулы Чезаро. Перемещение абсолютно твёрдого тела. Условия совместности деформаций в интегральной форме. Условия совместности Сен-Венана.

7. Физический смысл компонент тензора деформаций. Главные деформации и главные направления и их физический смысл.

8. Векторное поле и векторные линии. Стационарное и нестационарное векторные поля. Уравнения линий тока. Уравнения траекторий частиц. Поверхность тока. Трубка тока. Струя. Элементарная трубка.

9. Первая теорема Гельмгольца. Тензор скоростей деформаций и физический смысл его компонент. Вектор вихря. Тензор вихря. Вихревая линия. Вихревая трубка. Мера интенсивности вихревой трубки. Вторая теорема Гельмгольца. Кинематическая теорема Кельвина. Поток векторного поля через поверхность. Циркуляция векторного поля вдоль контура. Теорема Стокса. Теорема Гаусса–Остроградского.

10. Несжимаемые (соленоидальные) течения. Безвихревые (потенциальные) течения. Скалярный и векторный потенциалы. Примеры пространственных течений. Источник — сток. Диполь. Принцип суперпозиции решений. Обтекание сферы потоком.

11. Распределение масс и сил в сплошной среде. Плотность (объёмная, поверхностная и линейная). Объёмные, массовые и поверхностные силы. Главный вектор и главный момент сил. Равновесие элементарного тетраэдра. Вектор напряжений. Тензор напряжений Коши. Распределение усилий на поверхности элементарного кубика. Нормальное и касательное напряжения на площадке. Главные напряжения и главные площадки в точке.

12. Закон сохранения массы в дифференциальной и интегральной формах. Правило дифференцирования по времени интеграла по подвижному объёму. Уравнение неразрывности.

13. Закон сохранения количества движения (импульса). Уравнения движения сплошной среды. Закон сохранения момента количества движения. Симметрия тензора напряжений. Максимальные касательные напряжения и площадки, на которых они реализуются. Круги Мора.

14. Закон сохранения механической энергии. Теорема “живых сил”. Массовый приток тепла. Вектор потока тепла. Удельная внутренняя энергия. Первый закон термодинамики. Локальное уравнение энергии.

15. Температура. Удельная энтропия. Второй закон термодинамики. Неравенство Клаузиуса–Дюгамеля. Закон Фурье. Единая форма записи законов сохранения в МСС. Изменение величины. Источник величины. Поток величины. Производство величины.

16. Зависимые и независимые термодинамические параметры состояния. Удельная свободная энергия Гельмгольца. Удельная энергия Гиббса. Удельная энтальпия. Преобразование Лежандра. Получение определяющих соотношений среды. Реономные и склерономные среды. Однородные среды и композиты. Физически линейные и нелинейные среды. Твёрдое тело, жидкость, газ.

17. Идеальная жидкость. Уравнения Эйлера. Уравнения в форме Громеко–Лэмба. Гидростатика. Совпадение изостер и изобар при равновесии. Задача о баротропном равновесии атмосферы. Равновесие несжимаемой жидкости в поле силы тяжести. Закон Архимеда. Главный момент сил, действующих на погруженное в жидкость тело. Задача о равновесии шара, частично погруженного в жидкость. Вращение идеальной несжимаемой жидкости. Уравнение свободной поверхности. Задача об эксцентриситете земного шара.

18. Замкнутые системы уравнений для совершенного газа. Изотермический, баротропный, адиабатический процессы. Скорость звука в среде. Функция давления и её вид для различных процессов. Замкнутые системы уравнений, содержащие функцию давления. Распространение слабых возмущений. Звук. Линеаризация уравнений. Волновое уравнение и общие свойства его решений. Распространение одномерных и сферически симметричных волн. Движущийся источник возмущений. Эффект Доплера. Число Маха. Конус Маха.

19. Интеграл Бернулли вдоль линии тока и вихревой линии. Задача о скорости вытекания жидкости из резервуара. Трубка Пито–Прандтля. “Водяные часы”. Водоструйный насос. Потенциальные течения несжимаемой жидкости. Интеграл Коши–Лагранжа.

20. Сила, действующая со стороны стационарного потока жидкости на неподвижную сферу. Парадокс Эйлера–Даламбера. Сила, действующая со стороны нестационарного потока жидкости на неподвижную сферу. Разгон и торможение сферы в покоящейся жидкости. Присоединённая масса сферы.

21. Плоские потенциальные течения несжимаемой жидкости. Эквипотенциальные линии и линии тока. Комплексный потенциал. Комплексная скорость. Циркуляция скорости вдоль контура. Расход скорости через контур. Примеры плоских потенциальных течений. Источник — сток. Вихрь. Вихреисточник. Диполь.

22. Задача Рэлея о схлопывании сферического пузырька в идеальной жидкости. Радиальная скорость в момент схлопывания. Время заполнения полости. Явление кавитации. Кавитационная эрозия материалов.

23. Вязкая жидкость. Объёмная и сдвиговая вязкости. Зависимость вязкости от температуры. Вязкая несжимаемая жидкость. Уравнения Навье–Стокса. Течение Пуазейля в трубах круглого, кольцевого и треугольного сечений. Задача Дирихле. Движение тяжёлого слоя по наклонной плоскости. Течение Куэтта–Тейлора.

24. Обезразмеривание уравнений Навье–Стокса. Числа Рейнольдса и Фруда. Масштабное моделирование. Сохранение безразмерных критериев в натурном и масштабном экспериментах. Задача о диффузии вихревого слоя в вязком полупространстве. Автомодельные переменные.

25. Задание граничных условий в задачах МСС. Кинематические, динамические и смешанные условия. Условия прилипания. Условия на свободной поверхности. Условия совместности на границе двух сред.

26. Определяющие соотношения линейно упругого тела. Материальные константы упругого тела. Связанные и несвязанные среды. Уравнение притока тепла. Уравнение теплопроводности. Виды упругой симметрии. Общий вид анизотропии. Транверсальная анизотропия. Ортоотропия. Изотропное упругое тело.

27. Закон Гука для изотропного тела в прямой и обратной формах. Физический смысл упругих постоянных и область их изменения. Статические, квазистатические и динамические постановки начально-краевых задач теории упругости. Теорема единственности статической задачи. Принцип суперпозиции. Уравнения Ламе. Постановка в перемещениях. Уравнения Бельтрами–Мичелла. Классическая постановка и постановка Победри в напряжениях и их эквивалентность.

28. Кинематически и статически допустимые поля. Стационарная точка функционала. Вариационные принципы Лагранжа и Кастильяно. Методы Ритца и Филоненко–Бородича.

29. Формулы Бетти и их применение. Теорема взаимности. Действие сосредоточенной силы в неограниченном упругом пространстве (задача Кельвина). Тензор перемещений и тензор напряжений Кельвина. Формула Сомильяны. Представление Галёркина. Оператор Галёркина. Решение Кельвина.

30. Матрица источников и физический смысл её компонент. Элементарные решения первого и второго рода. Действие массовых сил в неограниченном пространстве. Внутренняя и внешняя задача о шаре в \mathbb{R}^3 и \mathbb{R}^2 (задача Ламе). Действие на шар собственного гравитационного поля.

31. Плоская задача теории упругости. Плоское деформированное состояние. Функция Эйри. Плоское напряжённое и обобщённое плоское напряжённое состояния. Применение теории функций комплексной переменной. Формулы Лява. Комплексные потенциалы. Формула Колосова–Мусхелишвили. Задача Кирша.

32. Динамические задачи теории упругости. Теорема Гельмгольца. Волновые уравнения для потенциалов. Два типа волн в неограниченной упругой среде. Плоские волны. Решение Даламбера. Гармонические волны. Волновой вектор, частота колебаний, фазовая скорость. P-, SH-, SV-волны в сейсмологии. Сферические и цилиндрические волны.

33. Поверхности разрыва. Слабый и сильный разрыв. Кинематические и динамические условия на поверхностях разрыва. Скорости распространения поверхностей разрыва в неограниченной упругой среде. Волны в анизотропных средах.

34. Неупругое поведение материалов. Характерные участки кривой “напряжение — деформация” при растяжении стержня. Элементы теории определяющих соотношений. Тензорный оператор от тензорного аргумента. Касательный модуль и касательная податливость.

35. Упруго-пластическое тело. Активный и пассивный процессы. Теория малых упруго-пластических деформаций Ильюшина. Теорема единственности. Теория течения. Пятимерное пространство Ильюшина. Естественный репер. Процессы деформаций и нагружения. Простая деформация. Постулат изотропии.

36. Условия пластичности Мизеса–Генки и Треска–Кулона–Сен-Венана. Их эквивалентность для плоской деформации. Поверхность текучести. Идеально пластическое тело. Плоская задача идеальной пластичности. Линии скольжения. Задача Прандтля.

37. Модели, обобщающие вязкую несжимаемую жидкость. Неньютоновские жидкости. Вязкопластическое тело Шведова–Бингама. Жёсткие зоны. Постановки задач. Задача об одномерном стационарном движении вязкопластического слоя вдоль наклонной плоскости.

38. Вязкоупругое поведение материалов. Элементарные модели. Явления ползучести и релаксации. Модели Фойгта и Максвелла. Тело Кельвина. Общее дифференциальное соотношение вязкоупругой модели. Интегральное представление определяющих соотношений. Ядра ползучести и релаксации. Интегралы Стилтцеса. Функции ползучести и релаксации. Стареющие и нестареющие материалы.