

## МЕХАНИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

*проф. М. Э. Эглит*

*1 год, 5 курс, отделение математики*

### Введение.

Предмет механики сплошной среды. Основные проблемы, область приложений, перспективные направления. Понятие сплошной среды. Процессы, в которых это понятие можно использовать для моделирования поведения реальных тел.

### 1. Основные понятия, используемые для описания движения и деформации сплошной среды.

1. Понятие сплошной среды. Пространственные и материальные координаты. Эйлерово и лагранжево описание движения. Индивидуальная производная по времени. Связь полей перемещений, скоростей и ускорений.

2. Дисторсия и деформация. Тензоры конечных деформаций Грина и Альманси. Геометрический смысл компонент. Главные оси и главные компоненты. Инварианты. Относительное изменение объема. Физические компоненты.

3. Выражение компонент тензоров деформаций через компоненты вектора перемещения. Случай малых относительных перемещений. Уравнения совместности для компонент тензоров деформаций.

4. Тензор скоростей деформаций. Выражение его компонент через компоненты скорости. Кинематический смысл компонент. Механический смысл дивергенции скорости.

5. Формула Коши–Гельмгольца для распределения скоростей в малой окрестности любой точки сплошной среды. Вектор вихря, его кинематический смысл. Циркуляция скорости, связь с вихрем. Потенциал скорости.

### 2. Универсальные законы и уравнения.

1. Закон сохранения массы. Уравнение неразрывности в эйлеровых и лагранжевых переменных.

2. Закон сохранения (изменения) количества движения для конечного индивидуального объема сплошной среды. Массовые и поверхностные силы. Вектор напряжений.

3. Тензор напряжений. Определение. Механический смысл компонент в декартовой системе координат.

4. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды.

5. Закон сохранения (изменения) момента количества движения. Тензор моментных напряжений. Дифференциальные уравнения момента количества движения. Симметрия тензора напряжений.

6. Закон сохранения (изменения) энергии (первый закон термодинамики). Внутренняя энергия. Уравнение кинетической энергии. Уравнение притока тепла.

7. Дифференциальные уравнения энергии и притока тепла. Теплопроводность. Закон Фурье.

8. Второй закон термодинамики. Производство энтропии при необратимых процессах. Дифференциальное уравнение изменения энтропии. Производство энтропии в процессе теплопроводности.

9. Условия на поверхностях сильного разрыва в сплошных средах, следующие из законов сохранения массы, количества движения, момента количества движения, энергии и второго закона термодинамики. Ударные волны и тангенциальные разрывы.

### 3. Математические модели сплошных сред.

1. Определение жидкости и газа в механике сплошной среды. Давление. Идеальная жидкость. Уравнения Эйлера.

2. Полная система уравнений идеальной несжимаемой жидкости. Граничные условия на поверхности твердых тел и на свободных поверхностях.
3. Идеальная сжимаемая жидкость. Полная система уравнений. Баротропное движение. Примеры.
4. Совершенный газ. Коэффициенты теплоемкости, формула Майера, показатель адиабаты. Адиабатический процесс. Адиабата Пуассона для идеального совершенного газа. Энтропия совершенного газа. Система уравнений газовой динамики.
5. Теорема Томсона о циркуляции скорости по замкнутому жидкому контуру. Связь циркуляции и вихря. Теорема Лагранжа о вихрях.
6. Интегралы уравнений движения идеальной жидкости — интеграл Коши-Лагранжа и интеграл Бернулли.
7. Модель вязкой жидкости. Термодинамические соотношения для вязкой жидкости. Линейно-вязкая жидкость. Коэффициенты вязкости. Уравнения Навье–Стокса. Граничные условия.
8. Полные системы уравнений для линейно-вязкой несжимаемой жидкости и для линейно-вязкого совершенного теплопроводного газа.
9. Различные приближения для системы уравнений вязкой жидкости по числу Рейнольдса: уравнения Эйлера, уравнения Стокса. Пограничный слой. Турбулентность. Критерий Рейнольдса.
10. Модель упругой среды. Линейная термоупругая среда с малыми деформациями. Закон Гука. Физический смысл коэффициентов, определяющих модель линейно-упругого тела. Уравнения Ламе.
11. Полная система уравнений линейной теории упругости. Типичные граничные и начальные условия. Принцип Сен-Венана.
12. Постановка задач линейной теории упругости в перемещениях и в напряжениях.
13. Основные понятия теории пластичности. Пластические деформации, поверхность нагружения (текучести), нагружение и разгрузка. Идеально-пластические тела и тела с упрочнением.
14. Определяющие соотношения в теории пластичности. Деформационные теории и теории пластического течения. Ассоциированный закон.
15. Полная система уравнений для упруго-идеально-пластической среды в теории Прандтля-Рейсса.