МЕХАНИКА СПЛОШНЫХ СРЕД

проф. М. Э. Эглит

1 год, 3 курс, отделение механики

Часть 1. Универсальные законы сохранения и уравнения механики сплошных сред.

1.1. Введение.

- Законы сохранения массы, количества движения, момента количества движения, энергии для конечного объема сплошной среды и соответствующие дифференциальные уравнения. Краткий обзор сведений из курса “Основы механики сплошных сред”.

1.2. Первый закон термодинамики.

- Закон сохранения энергии — первый закон термодинамики. Кинетическая энергия. Внутренняя энергия.
- Формулировка закона сохранения энергии для конечного индивидуального объема сплошной среды. Работа внешних сил. Приток тепла. Теплопроводность. Притоки энергии в других формах. Дифференциальное уравнение энергии.
- Теорема живых сил (теорема о внутренней энергии). Работа внутренних сил.
- Уравнение притока тепла (уравнение для внутренней энергии).
- Выражение для притока тепла к малой частице за счет теплопроводности. Закон теплопроводности Фурье для изотропной и анизотропной сред.

1.3. Второй закон термодинамики.

- Физические формулировки второго закона термодинамики. Обратимые процессы. Цикл Карно, теорема Карно о коэффициенте полезного действия тепловых машин. Абсолютная температура. Неравенство Клаузиуса. Энтропия.
- Формулировка второго закона термодинамики, содержащая понятие энтропии. Приток энтропии извне и производство энтропии.
- Формулировка второго закона термодинамики для конечного индивидуального объема сплошной среды. Дифференциальное уравнение энтропии.
- Производство энтропии в процессе теплопроводности.
- Элементы термодинамики необратимых процессов. Тождество Гиббса. Выражение для производства энтропии. Связи между термодинамическими силами и потоками. Принцип Онзагера. Примеры необратимых процессов: теплопроводность, движение вязкой жидкости, диффузия.

1.4. Ограничения на вид уравнений состояния и определяющих уравнений, следующие из законов термодинамики.

1.5. Поверхности разрыва в сплошных средах.

- Поверхности сильного и слабого разрывов. Условия на поверхностях сильного разрыва, следующие из законов сохранения массы, количества движения, момента количества движения, энергии и закона возрастания энтропии. Ударные волны, тангенциальные разрывы, контактные разрывы.

1.6. Основы теории размерности и подобия физических явлений.

- Размерности физических величин. π-теорема. Подобие механических явлений. Критерии подобия. Числа Рейнольдса, Фруда, Струхаля, Маха, Прандтля. Использование анализа размерностей при физическом моделировании и обработке экспериментов.

Часть II. Классические модели сплошных сред.

1. Жидкости и газы в механике сплошной среды.

   1.1. Идеальные жидкости и газы.

   - Определение идеальной жидкости. Полная система уравнений. Граничные условия. Условие непроницаемости на твердой поверхности. Условия на свободной поверхности. Поверхностное натяжение.
   - Идеальная несжимаемая теплопроводная жидкость. Полная система уравнений.
   - Идеальная сжимаемая жидкость или газ. Полная система уравнений. Ограничения на вид уравнений состояния, следующие из законов термодинамики (существование термодинамических потенциалов). Примеры уравнений состояния для жидкостей и газов. Совершенный газ. Энтропия совершенного газа. Адиабатическое движение идеального совершенного газа. Адиабата Пуассона. Уравнения газовой динамики.

   1.2. Вязкие жидкости и газы.

   - Полная система уравнений вязкой жидкости.
   - Термодинамические соотношения для вязкой жидкости. Тождество Гиббса. Производство энтропии при движении вязкой жидкости. Диссипация механической энергии.
   - Примеры моделей вязких жидкостей и газов: а) линейно-вязкая несжимаемая жидкость; б) линейно-вязкий совершенный газ.
   - Полная система уравнений для линейно-вязкого совершенного теплопроводного газа (с теплопроводностью, подчиняющейся закону Фурье).

2. Упругая среда.

   - Упругая среда. Определение. Полная система уравнений. Типичные граничные условия.
   - Задание модели упругой среды заданием плотности внутренней энергии как функции деформаций и энтропии, или свободной энергии как функции деформаций и температуры.
   - Линейно-упругая среда с малыми деформациями. Изотропная линейная термоупругая среда. Обобщенный закон Гука. Физический смысл коэффициентов, входящих в обобщенный закон Гука: коэффициент линейного теплового расширения, модуль Юнга, коэффициент Пуассона; модуль объемного сжатия, модуль сдвига.
   - Полная система уравнений линейной термоупругой среды с малыми деформациями.

Часть III. Свойства моделей сплошных сред. Постановки и решения задач.

1. Модель идеальной жидкости или газа.

   - Установившееся движение. Интеграл Бернулли. Интеграл Бернулли для движения несжимаемой жидкости в поле силы тяжести. Понятие о кавитации. Интеграл Бернулли для адиабатического движения совершенного газа. Связь температуры, плотности и давления с числом Маха вдоль линии тока. Форма трубок тока в установившемся адиабатическом движении газа при отсутствии массовых сил. Сопло Лаваля.

- Теоремы о вихрях в идеальной жидкости. Теоремы Томсона и Лагранжа. Причины возникновения вихрей.
- Потенциальное движение. Интеграл Коши–Лагранжа. Потенциальное движение несжимаемой жидкости. Уравнение Лапласа и граничные условия на поверхности твердого тела и на свободной поверхности жидкости для потенциала скорости. Примеры потенциальных движений. Безотрывное обтекание сферы идеальной несжимаемой жидкостью. Парадокс Даламбера–Эйлера. Движение сферы с переменной скоростью. Присоединенная масса.
- Плоские потенциальные движения идеальной несжимаемой жидкости. Комплексный потенциал. Обтекание кругового цилиндра. Постановка задачи об определении комплексного потенциала плоского течения около цилиндрического тела произвольного сечения. Метод конформных отображений. Струйные течения. Обтекание тел с кавитацией.
- Баротропное движение сжимаемой жидкости (газа) с малыми возмущениями. Волновые уравнения для возмущения плотности и потенциала скорости. Скорость звука. Распространение возмущений от движущегося источника. Конус Маха.
- Уравнения одномерного неустановившегося движения газа с плоскими волнами в характеристической форме. Метод характеристик. Волны Римана. Явление опрокидывания волны.
- Условия на скачках в идеальном газе. Ограничения, следующие из второго закона термодинамики. Задача о поршне, вдвигающемся в трубу, заполненную газом.

2. Модель вязкой жидкости.

   - Некоторые точные решения уравнений Навье–Стокса. Течения Куэтта и Пуазейля.
   - Подобие течений вязкой несжимаемой жидкости. Число Рейнольдса.
   - Приближение Стокса для течений с малыми числами Рейнольдса.
   - Ламинарный пограничный слой. Уравнения плоского стационарного пограничного слоя. Оценка толщины пограничного слоя.

3. Турбулентность.

   - Ламинарный и турбулентный режимы течения. Критерий Рейнольдса. Уравнения Рейнольдса. Физический смысл турбулентных напряжений. Способы замыкания уравнений Рейнольдса.
   - Свободная турбулентность. Турбулентное движение вблизи плоской стенки. Полуэмпирическая теория Прандтля.

4. Модель упругой среды.

   4.1. Уравнения нелинейной теории упругости.

   - Уравнения нелинейного упругого тела с конечными деформациями в эйлеровой и начальной лагранжевой системах координат. Тензор напряжений Пиолы–Кирхгоффа.Внутренняя и свободная энергии упругой среды как термодинамические потенциалы.

   4.2. Линейная теория упругости.

   - Постановка задач линейной теории упругости в перемещениях и в напряжениях. Уравнения Бельтрами–Мичелла.
   - Теорема Клапейрона. Теорема единственности задач линейной теории упругости. Принцип Сен-Венана.

- Задача (Ламе) о трубе под действием внутреннего и внешнего давлений. Задача о чистом изгибе балки.
- Кручение цилиндрических стержней. Полуобратный метод Сен-Венана. Функция напряжений при кручении. Качественные выводы о распределении напряжений в закручиваемом стержне. Максимальные касательные и растягивающие напряжения. Аналогии задачи о кручении стержня: гидродинамические аналогии (с течением идеальной и вязкой жидкости), мембранная аналогия.
- Плоское деформированное состояние. Функция напряжений Эри. Обобщенное плоское напряженное состояние. Упругая пластина с круговымотверстием. Концентрация напряжений.
- Распространение упругих волн в безграничной среде.
- Вариационное уравнение и вариационные принципы в теории упругости. Приближенные методы решения задач, основанные на использовании вариационного принципа (метод Ритца, метод Бубнова–Галеркина).

5. Модели пластических тел.

   - Основные понятия теории пластичности. Пластические деформации, поверхность нагружения (текучести), нагружение и разгрузка. Идеально-пластические тела и тела с упрочнением. Жестко-пластические тела.
   - Определяющие соотношения в теории пластичности. Условия пластичности Треска и Мизеса. Деформационные теории и теории пластического течения. Принцип Мизеса. Ассоциированный закон. Термодинамические соотношения в теории пластичности.
   - Постановка задач в теории пластичности. Полная система уравнений для упруго-идеально-пластической среды в теории Прандтля–Рейсса. Условия на границе упругой и пластической зон. Задача о кручении упруго-пластического стержня.

6. Модели вязкоупругих и вязкопластических тел.

   - Ползучесть и релаксация напряжений.
   - Модели вязкоупругих сред Максвелла и Фойгта.
   - Вязкопластическая среда Шведова–Бингама.

Часть IV. Взаимодействие сплошных сред с электромагнитным полем.

- Основные понятия электродинамики. Напряженность электрического и магнитного полей. Проводники и диэлектрики. Поляризация и намагничивание. Плотность заряда и плотность тока. Сила Лоренца. Закон Ома. Джоулево тепло. Уравнения для электромагнитного поля (уравнения Максвелла).

- Полные системы уравнений для сред, взаимодействующих с электромагнитным полем. Уравнения магнитной гидродинамики. Уравнения электрогидродинамики.