МЕХАНИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

проф. Г. Л. Бровко

0,75 года, 3 курс (отделение механики), 1 семестр

1. Элементы классической гидромеханики.

1.1. Гидростатика. Уравнения гидростатики, необходимые условия их выполнения. Граничные условия. Задачи гидростатики. Закон Паскаля, гидравлические машины. Равновесие жидкостей и газов в поле сил тяжести; формула Торричелли, статические модели океана и атмосферы.

1.2. Сила и момент сил воздействия со стороны покоящейся жидкости на погруженное в нее тело. Закон Архимеда, выталкивающая сила. Однородное поле сил тяжести: неполное погружение, контакт с дном и стенками сосуда. Линия действия выталкивающей силы, вопросы устойчивости равновесия погруженных в жидкость и плавающих тел.

1.3. Покой жидкости в неинерциальных системах отсчета (“псевдогидростатика”). Примеры покоя жидкости в сосудах, движущихся относительно инерциальной системы отсчета: сосуд, движущийся с постоянным ускорением, сосуд, вращающийся с постоянной угловой скоростью.

1.4. Гидродинамика идеальных жидкостей. Уравнения Эйлера, уравнения в форме Громеко–Лэмба. Задачи о течении сжимаемых и несжимаемых идеальных жидкостей в стационарном и нестационарном режимах. Граничное условие непроникания.

1.5. Первый интеграл уравнений движения идеальных однородных жидкостей в случае установившегося течения (интеграл Бернулли): условия и основные случаи выполнения. Интеграл Бернулли для идеальной несжимаемой однородной жидкости в поле сил тяжести Примеры: истечение жидкости из большого сосуда, трубка Пито–Прандтля, обтекание несимметричного крылового профиля.

1.6. Установившиеся течения идеальных однородных жидкостей в тонких трубках переменного поперечного сечения. Несжимаемые жидкости, пульверизатор. Сжимаемые жидкости: течения в трубках с дозвуковыми и сверхзвуковыми скоростями. Сопло Лаваля.

1.7. Потенциальные течения идеальных жидкостей. Интеграл Коши–Лагранжа. Случай установившегося течения. Задачи о потенциальных течениях сжимаемых и несжимаемых жидкостей.

1.8. Потенциальные течения несжимаемых идеальных однородных жидкостей. Уравнение неразрывности, оператор Лапласа, фундаментальные решения: источники, стоки, диполи. Плоские течения: потенциал, функция тока, комплексный потенциал, комплексная скорость.

1.9. Обтекание сферы. Парадокс Даламбера. Присоединенная масса.

1.10. Распространение малых потенциальных возмущений в идеальной сжимаемой однородной жидкости (акустика). Волновое уравнение. Плоские и сферические волны. Движущиеся источники: эффект Допплера, конус Маха.

1.11. Кинематические теоремы Гельмгольца и общие теоремы гидромеханики идеальных жидкостей. Теорема Томсона и ее следствия (теоремы Лагранжа и Гельмгольца).

1.12. Гидромеханика вязких жидкостей. Уравнения Навье–Стокса для линейно-вязких (ньютоновых) жидкостей. Постановки задач, граничное условие прилипания.

1.13. Течение несжимаемой однородной вязкой жидкости в цилиндрической трубе. Решение Пуазейля.

1.14. Вискозиметрические течения: плокопараллельное установившееся течение между смещающимися плоскими стенками (простой сдвиг), установившееся течение несжимаемой вязкой жидкости между вращающимися коаксиальными цилиндрами. Возможные упрощения в задачах гидромеханики вязких жидкостей. Медленные течения, приближение Стокса.

1.15. Размерности физических величин. Системы единиц измерения. Родственные системы единиц, инвариантность физических соотношений относительно выбора системы единиц. П-теорема.

1.16. Применение методов теории размерностей и подобия в моделировании течений жидкостей. Натура и модель, совпадение безразмерных характеристик. Моделирование процессов обтекания тел. Примеры определения подъемной силы (силы сопротивления) при обтекании идеальной жидкостью, вязкой жидкостью (число Рейнольдса), в том числе с учетом сил тяжести (число Фруда) и сжимаемости жидкости (число Маха).

1.17. Понятие пограничного слоя. Уравнения ламинарного пограничного слоя обтекания полубесконечной пластины вязкой несжимаемой жидкостью (уравнения Прандтля).

1.18. Задача об установившемся обтекании полубесконечной пластины вязкой несжимаемой жидкостью (задача Блазиуса). Толщина пограничного слоя, касательные напряжения на поверхностях пластины, толщина вытеснения.

2. Элементы классической теории упругости.

2.1. Общие теоремы механики сплошной среды: принцип виртуальных мощностей, теорема о работе и кинетической энергии. Независимость мощности работы (по преодолению) внутренних сил от системы отсчета. Упругость, гиперупругость. Удельный и полный потенциалы внутренних сил (напряжений). Запасенная (потенциальная) энергия гиперупругого тела.

2.2. Функция связи тензора напряжений и тензора деформаций в упругом теле. Свойства изотропии, линейности и потенциальности функции, их сопоставление. Монотонность функции и выпуклость ее потенциала. Условия монотонности линейной и линейной изотропной функции. О дополнительных неравенствах в теории упругости.

2.3. Лагранжева постановка начально-краевой задачи нелинейной теории упругости. Особенности задания массовых сил и силовых граничных условий. Неединственность решения, примеры. Основные положения классической линейной теории упругости, упрощения в постановке краевой задачи.

2.4. Общие теоремы классической линейной теории упругости: теорема Клапейрона о “работе” и потенциальной энергии, теорема взаимности Бетти. Примеры применения теоремы Бетти.

2.5. Постановка начально-краевой задачи классической линейной теории упругости. Динамика, статика, квазистатика. Граничные условия для вектора перемещений (кинематические) и для вектора напряжений (силовые). Первая, вторая и смешанная краевые задачи. Уравнения Ламе, постановка задач в перемещениях.

2.6. Краевые задачи статики классической линейной теории упругости. Необходимые условия разрешимости второй краевой задачи. Строгая монотонность связи тензоров напряжений и деформаций, и теорема о единственности решения.

2.7. Простейшие задачи классической линейной теории упругости: чисто объемная деформация, простой сдвиг плоского упругого слоя, одноосное растяжение (сжатие). Константы упругости изотропного тела: модуль объемного сжатия, модуль сдвига, модуль Юнга, коэффициент Пуассона — их механический смысл и связь с константами Ламе.

2.8. Кинематически возможные и статически возможные поля для задачи статики линейной теории упругости. Понятие о корректности задачи. Вариационный принцип Лагранжа.

2.9. Дополнительные потенциалы. Вариационный принцип Кастильяно.

2.10. Постановка второй краевой задачи статики линейной теории упругости в напряжениях. Уравнения Бельтрами–Мичелла.

2.11. Кручение призматического упругого бруса. Крутка, депланация. Связь крутки и крутящего момента. Точное решение для круглого стержня. Подход с использованием функции напряжений. Аналогия с течением Пуазейля.

2.12. Представление решений уравнения Ламе для статики в форме Папковича–Нейбера.

2.13. Понятие об обобщенных функциях (распределениях). Распределения, сосредоточенные в точке. Понятие о сосредоточенных силах и фундаментальных решениях в математической теории упругости. Тензор перемещений Грина. Теорема Максвелла о взаимности работ сосредоточенных сил.

2.14. Формула Сомильяны. Представление решений краевых задач классической линейной теории упругости для ограниченной области и для всего пространства через соответствующие фундаментальные решения. Фундаментальные решения Кельвина для пространства.

2.15. Плоская деформация в классической линейной теории упругости. Задача Ламе для толстостенной трубы. Антиплоская деформация. Осевой сдвиг полого кругового цилиндра.

2.16. Плоское напряженное состояние и обобщенное плоское напряженное состояние в классической линейной теории упругости. Деформация вращающегося тонкого диска под действием центробежных сил.

2.17. Статические задачи механики сплошной среды при отсутствии массовых сил: представление тензорного поля напряжений через тензор функций напряжений. Плоские задачи классической теории упругости при отсутствии массовых сил: представление тензора напряжений через функцию напряжений Эри. Бигармоничность функции Эри. Постановка второй плоской краевой задачи линейной теории упругости в терминах функции Эри.

2.18. Анализ уравнений динамики классической линейной теории упругости изотропного тела: потенциальные и соленоидальные решения. Скорости распространения продольных и поперечных волн. Примеры плоских продольных и поперечных волн. Приближенная теория продольных волн в стержнях. Стержневая скорость распространения возмущений.

2.19. Сферические волны в упругих телах. Деформация упругого пространства со сферической полостью под действием равномерной поверхностной динамической нагрузки.

2.20. Основные типы задач динамики линейной теории упругости. Начально-краевая задача; случай свободной границы и отсутствия массовых сил (свободное движение, или свободные колебания тела). Задача об установившихся колебаниях упругого тела; случай однородных граничных условий и отсутствия массовых сил (собственные колебания).