

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА*доц. А. В. Прохоров**1/2 года, 3 курс*

1. Основные понятия: статистическая модель, выборка, выборочные характеристики, статистики; повторная выборка, параметрическая модель и функция правдоподобия.
2. Вариационный ряд, порядковые статистики, распределение порядковых статистик.
3. Квантили распределения и эмпирические квантили. Доверительный интервал для квантилей.
4. Эмпирическая функция распределения, ее свойства как функции распределения и как случайного элемента (распределение и числовые характеристики).
5. Сходимость эмпирической функции распределения. Теорема Гливленко–Кантелли.
6. Теорема Колмогорова. Доказательство независимости статистики Колмогорова от вида непрерывной функции распределения.
7. Условные математические ожидания и условные распределения относительно σ -алгебр. Свойства условных математических ожиданий. Аналоги формулы полной вероятности для условных математических ожиданий и распределений.
8. Достаточные статистики. Теорема Неймана–Фишера (критерий достаточности).
9. Статистические оценки. Свойства оценок параметров в параметрической модели: состоятельность, несмещенность, эффективность. Задача оптимального статистического оценивания.
10. Улучшение оценок с помощью достаточных статистик. Теорема Колмогорова–Блекуэла–Рао.
11. Полные достаточные статистики и их использование для нахождения несмещенных оценок с минимальной дисперсией.
12. Неравенство Крамера–Рао–Фреше. Эффективные оценки в регулярном случае. Информация Фишера, ее свойства.
13. Экспоненциальное семейство распределений и эффективные оценки.
14. Метод моментов. Свойство состоятельности оценок метода моментов.
15. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок. Оценки максимального правдоподобия для параметров нормального распределения.
16. Асимптотические свойства статистических оценок: состоятельность и асимптотическая нормальность.
17. Состоятельность и асимптотическая нормальность эмпирических моментов и функций от эмпирических характеристик.
18. Основные понятия общей теории статистических решений. Байесовский и минимаксный подходы к задачам статистического оценивания.
19. Байесовские оценки при квадратичной функции риска. Априорный и апостериорный риск, априорное и апостериорное распределение. Построение байесовских оценок для параметров биномиального и нормального распределений.
20. Нормальное распределение в \mathbb{R}^n , эквивалентность различных определений и свойства. Распределение линейных и квадратичных форм от независимых нормальных случайных величин.
21. Независимость среднего арифметического и среднего квадратического для независимых нормально распределенных случайных величин.
22. Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера–Снедекора как распределения статистик для выборок из нормального распределения.
23. Интервальное оценивание. Понятие доверительного интервала. Построение точных доверительных интервалов на основе точечных статистических оценок. Асимптотические доверительные интервалы.
24. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения.
25. Точный и асимптотический доверительные интервалы для параметра биномиального распределения.

26. Проверка статистических гипотез. Общие понятия: простые и сложные гипотезы, статистический критерий, критическая область, вероятности ошибок I и II рода, размер и мощность критерия, функция мощности критерия.

27. Проверка двух простых гипотез. Лемма Неймана–Пирсона. Критерий отношения правдоподобия как наиболее мощный критерий.

28. Равномерно наиболее мощный критерий. Семейства распределений с монотонным отношением правдоподобия.

29. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения.

30. Критерий согласия Колмогорова.

31. Теорема Пирсона и критерий согласия “хи-квадрат”.

32. Критерии однородности для нормальных выборок. Критерий Стьюдента равенства средних нормальных выборок. Критерий Фишера равенства дисперсий нормальных выборок.

33. Однофакторная модель. Дисперсионный анализ выборок из нормального распределения. Множественное сравнение.

34. Анализ линейной модели. Оценивание и проверка гипотез о параметрах нормальной линейной модели.