МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

доц. Е. В. Чепурин

1 год, 3 курс, экономический поток

Использование в экономике методов математической статистики для анализа подверженных случайной изменчивости количественных характеристик ее явлений, насчитывает не одну сотню лет. Развитие информационных и компьютерных технологий является фактором интенсификации использования статистических методов в экономике.

Цель курса — научить использованию методов математической статистики

а) для обоснованного выбора математической статистической модели явлений экономической сферы;

б) для оценки параметров выбранной статистической модели;

в) для прогнозирования количественных значений характеристик явлений, на основе анализа сопутствующих явлению реальных статистических данных.

В теоретической части курса принципы, понятия и фундаментальные результаты теории статистического вывода излагаются, в основном, безотносительно к предметной природе статистических данных. В приложениях, однако, учет специфики конкретного характера данных и их достоверности во многом предопределяет адекватность выбора статистической модели и успех последующего анализа. Эти аспекты статистического анализа данных больше представлены в компьютерном "Статистическом практикуме", а также в курсах "Эконометрика", "Актуарная математика", "Финансовая математика", "Математические модели инвестиций", "Финансово-экономическое управление".

Для закрепления материала курса "Математическая статистика" в течение учебного года проводятся семинарские занятия. Студентам предлагается выполнить также 4 индивидуальных домашних контрольных задания.

1. Вводные понятия.

Статистическая модель: параметрическая, непараметрическая, байесовская. Планы испытаний. Статистики. Основные виды статистического вывода: точечное и доверительное множественное оценивание, проверка гипотез. Решающие функции, функция потерь и функция риска. Оптимальные и минимаксные процедуры. Независимая выборка, эмпирическая функция распределения и выборочные характеристики, оптимальность среднего арифметического в классе линейных несмещенных оценок. Статистика Колмогорова в задаче проверки гипотезы и построения доверительной полосы для функции распределения. Достаточные статистики. Теорема факторизации. Минимальные достаточные статистики. Полнота. Теорема Басу о независимости статистик.

2. Теория точечного оценивания.

Методы получения точечных оценок: максимального правдоподобия, моментов, квантилей, подстановок. Несмещенные оценки и методы их построения. Теорема Блекуэлла–Рао–Колмогорова. Оптимальность несмещенной оценки при выпуклой вниз функции потерь. Информационные функции Фишера и Бхаттачария. Эллипсоид рассеяния. Обобщенная дисперсия. Неравенство Крамера–Рао–Вольфовица. Система границ Бхаттачария. Эффективность оценок. Состоятельность и асимптотическая нормальность оценок. Теорема Гливенко–Кантелли. Оценки плотностей распределения. Информационная функция Кульбака–Лейблера. Состоятельность и асимптотическая нормальность оценок максимума правдоподобия. Поправки Ле-Кама. Асимптотическая эффективность по Леману и Бахадуру. Асимптотическая нормальность подстановочных оценок. Эквивариантные оценки параметров сдвига и масштаба. Проблема робастного оценивания. Хьюберовское "загрязнение". M, L и R-оценки.

3. Доверительное оценивание.

Центральная функция. Метод Клопера–Пирсона. Доверительное оценивание функций. Доверительное оценивание на базе асимптотически нормальных статистик. Преобразования, стабилизирующие дисперсии. Связь между процедурами доверительного оценивания и проверки гипотез. Доверительное оценивание при мешающих параметрах. Инвариантное доверительное оценивание. Оценивание будущих наблюдений.

4. Проверка гипотез.

Гипотезы простые и сложные. Статистика критерия. Критическая область. Функция критерия. Ошибки 1-го и 2-го рода. Функция мощности. Равномерно наиболее мощные критерии. Рандомизированные критерии. Критерии отношения правдоподобий и их связь с достаточными статистиками. Лемма Неймана–Пирсона. Равномерно наиболее мощные критерии. Распределения с монотонным отношением правдоподобий. Теорема об экспоненциальном убывании ошибки второго рода. Критерий отношения правдоподобий для сближающихся гипотез. Локальная мощность. Критерии значимости для сложных гипотез. Наблюденный уровень значимости. Критерий отношения правдоподобий для проверки сложных гипотез. Критерий хи-квадрат для проверки сложных полиноминальных гипотез. Критерий хи-квадрат для проверки гипотезы о типе распределения. Мешающие параметры. Несмещенные критерии. Инвариантные критерии.

5. Байесовские модели.

Байесовская статистическая модель. Априорные и апостериорные плотность, риски. Сопряженные распределения. Байесовская оценка при квадратическом риске. Байесовская достаточность. Асимптотическое поведение обобщенной байесовской оценки. Эмпирические байесовские процедуры. Теория достоверности в задачах страхования.

6. Линейные модели.

Линейная модель. Свойства о.н.к. ее параметров. Теорема Гаусса–Маркова. Гауссовская линейная модель. Свойства о.н.к. ее параметров. Доверительный эллипсоид для параметров гауссовской линейной модели. Доверительные границы для линейной функции параметров гауссовской линейной модели. Регрессионный анализ и планирование регрессионных экспериментов. Дисперсионный анализ (однофакторный и многофакторный).

7. Непараметрические методы.

Критерии перестановок и ранговые критерии. Критерий Вилкоксона. Доверительные интервалы Вилкоксона–Манна–Уитни для параметра сдвига в проблеме двух выборок. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла. Критерии рандомизации.

8. Многомерная статистика.

Статистические выводы для гауссовских моделей. Оценка максимума правдоподобия для вектора средних и ковариационной матрицы. Статистика Хотеллинга. Многомерная проблема Беренса–Фишера. Классификация наблюдений. Главные компоненты. Факторный анализ. Канонические корреляции. Кластер анализ. Многомерная задача Колмогорова–Смирнова. Статистические выводы для модели Маршалла–Олкина.

9. Компьютерные методы.

Программное обеспечение статистического анализа. Пошаговые процедуры. Метод статистического моделирования. Бутстреп и методы перевыборок. Метод достаточного эмпирического усреднения. Графические методы.