

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ*проф. С. А. Теляковский**2 курс, 3 семестр.*

Числовые ряды. Критерий Коши сходимости числового ряда. Ряды с неотрицательными членами, критерий сходимости. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши.

Ряды с монотонными членами. Интегральный признак сходимости. Теорема Коши. Необходимое условие сходимости рядов с монотонными членами.

Признаки Раабе, Гаусса и Куммера сходимости рядов.

Преобразование Абеля. Признаки Дирихле, Абеля и Лейбница сходимости рядов.

Неравенства Гёльдера и Минковского для рядов.

Абсолютно сходящиеся ряды. Перестановка членов абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана о перестановке членов условно сходящихся рядов.

Почленное умножение абсолютно сходящихся рядов. Теорема Мертенса об умножении рядов.

Бесконечные произведения. Связь сходимости бесконечных произведений и рядов.

Функциональные ряды и последовательности. Равномерная сходимость функциональных рядов и последовательностей. Критерий Коши, признаки сравнения. Признаки Дирихле, Абеля и Дини равномерной сходимости рядов.

Теоремы о равномерно сходящихся рядах (предельный переход, непрерывность, почленное дифференцирование и интегрирование).

Пример непрерывной нигде не дифференцируемой функции.

Степенные ряды. Первая теорема Абеля о степенных рядах. Радиус сходимости степенного ряда, формула Коши–Адамара. Теорема единственности для степенных рядов. Представление функций рядами Тейлора.

Функции комплексной переменной e^z , $\sin z$, $\cos z$, $\operatorname{sh} z$, $\operatorname{ch} z$. Формула Эйлера. Почленное дифференцирование степенных рядов по комплексному аргументу.

Вторая теорема Абеля о степенных рядах. Представление функций $\ln(1+x)$, $\operatorname{arctg} x$, $(1+x)^\alpha$ рядами Тейлора.

Суммирование рядов методами средних арифметических и Абеля–Пуассона. Регулярность методов суммирования.

Интегралы, зависящие от параметра. Свойства собственных интегралов, зависящих от параметра (непрерывность, переход к пределу, дифференцирование, интегрирование).

Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Критерий Коши, признаки равномерной сходимости.

Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов (переход к пределу, непрерывность, интегрирование, дифференцирование).

Γ -функция. Формула Стирлинга. V -функция, выражение через Γ -функцию. Формула дополнения для Γ -функции.

Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Нормированные и гильбертовы пространства.

Ортонормированные системы в пространствах со скалярным произведением. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля. Полнота и замкнутость систем.

Ряды Фурье по тригонометрической системе. Тригонометрическая система. Лемма Римана. Принцип локализации Римана. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов Фурье.

Сходимость тригонометрического ряда Фурье в точке. Признак Дини. Пример непрерывной функции с рядом Фурье, расходящимся в точке.

Обобщенная лемма Римана. Принцип локализации для равномерной сходимости рядов Фурье. Равномерная сходимость рядов Фурье функций, удовлетворяющих условию Дини–Липшица.

Суммирование тригонометрических рядов Фурье методом средних арифметических. Теоремы Вейерштрасса о полноте тригонометрической системы и системы алгебраических многочленов. Многочлены Чебышева.

Преобразование Фурье. Равносходимость рядов и интегралов Фурье.