КЛАССИЧЕСКАЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

проф. А. С. Мищенко

1/2 года, 2 курс, отделение математики

1. Криволинейные системы координат.

   (a) Матрица Якоби, якобиан, теорема о локальной системе координат.

   (b) Полярные, цилиндрические и сферические координаты.

   (c) Сферические координаты в n-мерном пространстве.

   (d) Комплексные координаты. Формулы для перехода от комплексных матриц к вещественным, вычисления детерминанта и следа комплексных матриц и их вещественных форм.

   (e) Якобиан замены комплексных координат. Теорема о локальной комплексной системе координат.

2. Риманова метрика.

   (a) Понятие римановой метрики и ее запись в криволинейной системе координат. Риманова метрика в полярной и цилиндрической системе координат.

   (b) Риманова метрика в сферической системе координат в n-мерном пространстве.

   (c) Сферы и псевдосферы. Стереографические проекции в евклидовом и псевдоевклидовом пространствах.

   (d) Риманова метрика на сфере и псевдосфере.

3. Топологические пространства.

   (a) Метрические пространства и их свойства. Простейшие примеры пространств, сферы, проективные пространства, матричные группы, гомеоморфизмы.

   (b) Понятие топологического пространства и его основные свойства. Аксиома Хаусдорфа. Гомеоморфизм. Связность.

   (c) Компактность. Произведения топологических пространств.

4. Многообразия.

   (a) Понятие n-мерного многообразия, карты, атлас карт.

   (b) Гладкие многообразия. Гладкие функции и отображения.

   (c) Теорема о существовании разбиения единицы.

   (d) Способы задания многообразия.

   (e) Теорема Уитни о вложении многообразия в евклидово пространство.

5. Касательное пространство.

   (a) Тензорный закон изменения координат касательного вектора.

   (b) Соприкасающиеся кривые и касательные векторы.

   (c) Дифференцирование функций по направлению.

   (d) Три способа задания касательного вектора.

   (e) Понятие метрического тензора. Формула длины кривой на многообразии. Квадрат дифференциала длины.

   (f) Независимость длины кривой от выбора параметра.

(g) Скалярное произведение касательных векторов. Угол между пересекающимися кривыми.

(h) Индуцированная риманова метрика на подмногообразиях в римановом многообразии. Примеры.

6. Теория кривых.

   (a) Кривые на плоскости. Натуральный параметр. Касательный вектор.
   (b) Кривые на плоскости. Нормаль и кривизна.
   (c) Кривые на плоскости. Формулы Френе.
   (d) Кривые на плоскости. Формулы кривизны.
   (e) Кривые на плоскости. Натуральное уравнение и классификация.
   (f) Кривые в пространстве. Нормаль и бинормаль. Кривизна и кручение.
   (g) Кривые в пространстве. Формулы Френе.
   (h) Кривые в пространстве. Формулы кривизны.
   (i) Кривые в пространстве. Формулы кручения.
   (j) Формулы кривизны и кручения в декартовых координатах.
   (k) Кривые в пространстве. Натуральные уравнения и классификация.

7. Теория поверхностей.

   (a) Поверхности в пространстве. Первая квадратичная форма.
   (b) Формулы задающие первую квадратичную форму.
   (c) Вторая квадратичная форма.
   (d) Геометрический смысл второй квадратичной формы.
   (e) Нормальные кривизны и теорема Менье.
   (f) Главные направление и главные кривизны.
   (g) Формула Эйлера для нормальной кривизны.
   (h) Гауссова и средняя кривизны. Геометрический смысл гауссовой кривизны.
   (i) Формулы для нахождения средней и гауссовой кривизны.
   (j) Формулы для нахождения средней и гауссовой кривизны для графика функции.