ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

акад. РАН О. Б. Лупанов

1/2 года, 4 курс

1. Выборки, перестановки, размещения, сочетания. Сочетания с повторениями. Монотонные отображения. Число монотонных отображений.

2. Графы. Основные понятия. Способы задания графов. Реализация графов в трехмерном пространстве. Теорема Понтрягина–Куратовского (без доказательства). Двудольные графы. Паросочетания. Теорема о совершенном паросочетании.

3. Деревья. Верхняя оценка числа неизоморфных корневых деревьев с q ребрами. Верхняя оценка числа неизоморфных связных графов с q ребрами. Верхняя оценка числа неизоморфных связных графов с q ребрами и p вершинами. Лемма о нумерации вершин в конечном ориентированном графе без ориентированных циклов. Число деревьев с занумерованными вершинами.

4. Покрытие n-мерного единичного куба цепями. Монотонные булевы функции. Оценки числа монотонных булевых функций от n переменных.

5. Кодирование. Алфавитное кодирование. Разделимые коды. Критерий однозначности декодирования. Неравенство Макмиллана. Условие существования разделимого кода с заданными длинами кодовых слов. Оптимальные коды и их свойства. Лемма о редукции. Алгоритм построения оптимального кода.

6. Самокорректирующиеся коды. Коды с исправлением одной ошибки. Верхняя и нижняя оценки мощности максимального кода. Код Хэмминга. Алгоритм декодирования для кодов Хэмминга. Коды с исправлением s ошибок. Верхняя и нижняя (неэффективная) оценки мощности максимального кода.

7. Схемы из функциональных элементов. Простейшие методы синтеза. Метод Шеннона. Асимптотически наилучший метод синтеза схем. Оценки числа схем данной сложности. Теорема о нижней оценке сложности схем для класса функций, имеющих данное число функций. Асимптотическая формула для функции $L(n)$.

8. Инвариантные классы. Свойства функции $P_Q(n)$. Асимптотически наилучший метод синтеза схем для функций из ненулевых инвариантных классов. Теорема о замыкании множества "самых сложных"функций.

9. Параллельно-последовательные контактные схемы. Теорема о нижней оценке сложности.

10. Схема из функциональных элементов для умножения n-разрядных чисел со сложностью порядка $n^{\log 3}$.

11. Детерминированные функции. Задание детерминированных функций при помощи деревьев. Вес функций. Ограниченно-детерминированные функции (о.д.-функции). Способы задания о.д.-функций. Конечные автоматы. Автоматные функции.

12. События. Операции над событиями. Регулярные события. Представимые события. Обобщенные источники. Представление регулярных событий обобщенными источниками. Теорема Клини. Пример нерегулярного события.

13. Реализация автоматных функций схемами из функциональных элементов и элементов задержки. Отсутствие полной конечной системы автоматных функций в случае схем без циклов.

14. Оценка длины входного слова для установления начального состояния автомата.