ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

проф. А. Ф. Филиппов

1 год, 2 курс.

1. Теорема существования и единственности решения уравнения

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0, \quad x \in \mathbb{R}^n.$$

2. Теорема существования и единственности для уравнения произвольного порядка с начальными условиями.

3. Продолжение решений.

4. Общая теория линейных однородных систем. Линейная зависимость. Детерминант Вронского. Фундаментальная система решений и общее решение. Фундаментальная матрица. Формула Лиувилля–Остроградского.

5. Те же вопросы для линейного уравнения порядка n. Отыскание решений в частных случаях.

6. Общее решение линейной неоднородной системы. Метод вариации постоянных для системы и для одного уравнения.

7. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами — однородные и неоднородные с правой частью специального вида (для уравнений с вещественными коэффициентами — решения в вещественном виде).

8. Краевые задачи для линейного уравнения 2-го порядка. Альтернатива. Функция Грина. Понятие о собственных значениях и собственных функциях.

9. Линейные системы с постоянными коэффициентами — однородные и неоднородные с правой частью вида $P(t)e^{\gamma t}$. Показательная функция матрицы.

10. Непрерывная зависимость решения от начальных условий и правой части.

11. Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость. Теоремы с использованием функции Ляпунова (об устойчивости, об асимптотической устойчивости) и о неустойчивости (Четаева).

12. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами (теоремы, использующие собственные значения и размеры жордановых клеток). Теорема об устойчивости по первому приближению.

13. Автономные системы. Фазовое пространство, векторное поле. Свойства траекторий, классификация траекторий.

14. Особые точки линейной системы из 2-х уравнений.

15. Дифференцируемость решений по параметру и начальным условиям. Разложение решения по степеням параметра.

16. Первые интегралы: определение, независимость. Существование независимых первых интегралов. Их использование для получения решения.

17. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Связь решений с характеристиками и 1-ми интегралами. Существование решения задачи Коши.