ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ

проф. С. М. Гусейн-Заде

1/2 года, 3 курс

1. Теорема о неявных функциях (формулировка), теорема об обратном отображении, теорема “об образе”.
2. Подмногообразия областей евклидова пространства: задание уравнениями и параметризацией.
3. Гладкие многообразия, гладкие отображения, подмногообразия.
4. Касательные вектора (различные определения), дифференциал отображения.
5. Касательные пространства, касательное расслоение.
6. Векторные расслоения. Задание векторных расслоений с помощью функций перехода (формулировка).
7. Расслоения тензоров, ассоциированные с векторным расслоением. Кокасательное расслоение, расслоения тензоров на многообразии.
8. Операции с тензорами.
9. Разбиение единицы, теорема о продолжении.
10. Ориентированные многообразия, многообразия с краем, ориентация края.
11. Кососимметрические тензоры типа $(0, k)$ (дифференциальные формы) и интегрирование.
12. Дифференциал формы, его свойства.
13. Формула Стокса.
14. Гомотопия, гомотопическая эквивалентность.
15. Когомологии де Рама, их функториальность.
16. Теорема о гомотопической инвариантности когомологий де Рама.
17. Риманова метрика на многообразии. Операции с тензорами на римановом многообразии (поднимание и опускание индексов).
18. Форма объема на римановом многообразии.
19. (Ковариантное) дифференцирование векторного поля на подмногообразии евклидова пространства. Общее понятие аффинной связности.
20. Коэффициенты связности. Преобразование коэффициентов связности при замене координат.
21. Аффинная связность на многообразии. Дифференцирование ковекторных и тензорных полей. Симметричная связность.
22. Аффинная связность, согласованная с римановой метрикой. Существование и единственность аффинной связности, согласованной с метрикой.
23. Параллельный перенос векторов вдоль кривой на многообразии. Геодезические. Уравнение геодезических.
24. Экспоненциальное отображение. Единственность “коротких” геодезических.
25. Тензор кривизны. Его свойства.