ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

акад. РАН Н. С. Бахвалов

1 год, 4 курс, отделение математики

1. Предмет теории численных методов.
2. Классификация погрешностей.
3. Запись чисел в ЭВМ. Абсолютная и относительная погрешности. Погрешность функции.

Численные методы анализа.

4. Постановка задачи интерполирования. Интерполяционный многочлен Лагранжа, оценка остаточного члена.
5. Уравнения в конечных разностях.
6. Многочлены Чебышева и их свойства.
7. Минимизация погрешности остаточного члена интерполяционной формулы.
8. Разделенные разности и их свойства.
9. Интерполяционный многочлен с разделенными разностями.
10. Численное дифференцирование. Примеры построения формул численного дифференцирования.
11. Вычислительная погрешность формул численного дифференцирования.
12. Простейшие квадратурные формулы. Составная формула трапеций.
13. Понятие об ортогональных многочленах. Квадратуры Гаусса и оценка их погрешности.
14. Постановка задач оптимизации.
15. Оптимизация распределения узлов составной квадратурной формулы трапеций.
16. Интегрирование быстроосциллирующих функций и функций с особенностями.
17. Главный член погрешности численного интегрирования. Правило Рунге практической оценки погрешности.
18. Теорема о существовании элемента наилучшего приближения в линейном нормированном пространстве.
19. Теорема Валле–Пуссена.
20. Теорема Чебышева.
21. Единственность многочлена наилучшего равномерного приближения.
22. Примеры наилучшего равномерного приближения.
23. Дискретное преобразование Фурье. Быстрое преобразование Фурье.
24. Интерполяция и приближение сплайнами.
25. Оценка погрешности повторного численного интегрирования по равномерной сетке.
26. Оценка снизу погрешности численного дифференцирования на классах функций.

Численные методы линейной алгебры.

27. Нормы матриц. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
28. Метод вращений решения систем линейных уравнений.
29. Метод простой итерации решения систем линейных уравнений.
30. δ^2-процесс практической оценки погрешности и ускорения сходимости.
31. Оптимальный одношаговый итерационный процесс. Ускорение сходимости с использованием многочленов Чебышева.
32. Метод наискорейшего градиентного спуска.
33. Итерационные методы с использованием спектрально эквивалентных операторов.
34. Понятие о методе Зейделя.
35. Решение частичной проблемы собственных значений.
36. Обусловленность систем уравнений и матриц.

Численные методы решения нелинейных систем и задач минимизации.

37. Метод Ньютона решения нелинейных задач.
38. Решение стационарных задач путем установления.

Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

39. Методы Эйлера и Рунге–Кутта решения задачи Коши.
40. Оценка глобальной погрешности метода Эйлера.
41. Жесткие системы дифференциальных уравнений. Метод Ракитского.
42. Метод Розенброка.
43. Метод Лебедева.

Численные методы решения краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.

44. Оценка погрешности простейшего метода решения краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка.
45. Метод Ритца решения краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка и его вариационно-разностный вариант.
46. Метод Бубнова–Галеркина решения краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка и его вариационно-разностный вариант.
47. Метод дискретной аппроксимации минимизируемого функционала.
48. Оценка погрешности решения краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка вариационно-разностным методом.
49. Метод стрельбы решения краевой задачи.
50. Метод прогонки решения краевой задачи.
51. Два варианта метода Ньютона решения краевой задачи для нелинейного дифференциального уравнения второго порядка.

Численные методы решения уравнений с частными производными.

52. Простейшие разностные схемы для уравнений с частными производными. Применение принципа Куранта на примере разностной аппроксимации задачи Коши для гиперболического уравнения первого порядка.
53. Определения аппроксимации, корректности, сходимости. Теорема Филиппова о связи аппроксимации, корректности и сходимости.
54. Спектральный признак устойчивости. Примеры его применения для исследования разностных методов задачи Коши для гиперболического уравнения.
55. Принцип замороженных коэффициентов.
56. Примеры применения спектрального признака устойчивости для исследования явной и неявной разностной аппроксимации уравнения теплопроводности.
57. Исследование устойчивости явной и неявной разностной аппроксимации уравнения теплопроводности в равномерной метрике.
58. Экономичная схема решения двумерного уравнения теплопроводности.
59. Оценка погрешности разностной аппроксимации уравнения Пуассона.
60. Понятие об итерационном методе Федоренко решения краевых задач.

Интегральные уравнения и некорректные задачи.

61. Интегральные уравнения Фредгольма первого рода. Метод регуляризации по Тихонову.