АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

проф. В. В. Сазонов

1/2 года, 4 курс

1. Общие теоремы динамики системы материальных точек. Уравнения движения системы материальных точек, образующих твердое тело; вычисление сил взаимодействия точек. Уравнения движения (Эйлера–Пуассона) свободного твердого тела. Силы и моменты, возникающие при соприкосновении твердых тел; ситуации, в которых мощность этих сил и моментов равна нулю. Уравнения движения твердого тела, имеющего неподвижную точку или неподвижную ось. Уравнения движения материальной точки по гладкой поверхности или гладкой кривой.

2. Связи и их классификация. Обобщенные координаты. Виртуальные перемещения. Условие идеальности связей. Уравнения Лагранжа 2-го рода. Линейно-алгебраическая интерпретация уравнений Лагранжа 2-го рода; принцип наименьшего принуждения Гаусса. Общее уравнение динамики. Механическая интерпретация уравнений Лагранжа 2-го рода (связь с общими теоремами динамики). Вывод динамических уравнений Эйлера движения твердого тела, имеющего неподвижную точку, с помощью уравнений Лагранжа. Применение уравнений Лагранжа для вычисления сил и моментов реакции. Первые интегралы уравнений Лагранжа 2-го рода: обобщенный интеграл энергии, циклические координаты и интегралы. Преобразование Лежандра. Уравнения Гамильтона. Изоэнергетическая редукция: уравнения Уиттекера и Якоби. Уравнения Рауса. Понижение порядка уравнений движения в задаче Кеплера и в задаче о движении осесимметричного твердого тела, имеющего неподвижную точку на оси симметрии.

3. Условия равновесия голономной склерономной механической системы. Принцип виртуальных перемещений. Устойчивость положений равновесия консервативной механической системы. Достаточное условие устойчивости стационарного решения автономной системы дифференциальных уравнений в терминах функции Ляпунова, достаточное условие неустойчивости такого решения в терминах линеаризованной системы. Теорема Лагранжа. Малые колебания консервативной системы в окрестности положения равновесия: интегрирование линеаризованных уравнений, нормальные координаты. Изменение собственных частот системы при наложении дополнительной связи.

4. Уравнения движения тяжелого осесимметричного твердого тела с неподвижной точкой на оси симметрии. Движение такого тела в случае, когда центр масс совпадает с неподвижной точкой, регулярная прецессия Эйлера. Регулярная прецессия Лагранжа. Интегрирование уравнений движения тяжелого осесимметричного твердого тела. Дифференциальные уравнения с инвариантной мерой. Теорема Лиувилля. Теорема Якоби о последнем множителе и ее применение в задачах динамики твердого тела.

5. Вариационный принцип Гамильтона в расширенном конфигурационном и расширенном фазовом пространствах. Вариационный принцип наименьшего действия в формах Якоби и Лагранжа. Укороченное действие. Терема Нетер. Главная функция Гамильтона и ее свойства. Уравнение Гамильтона–Якоби и теорема Якоби о его полном интеграле. Разделение переменных в уравнении Гамильтона–Якоби.

6. Интегральный инвариант Пуанкаре–Картана. Универсальный интегральный инвариант Пуанкаре. Вывод уравнений Уиттекера с использованием интегральных инвариантов. Теорема Пуанкаре о возвращении. Канонические преобразования. Свободные канонические преобразования и их связь с уравнением Гамильтона–Якоби. Скобки Пуассона и их свойства. Теорема Лиувилля о вполне интегрируемых гамильтоновых системах. Понятие о переменных действие–угол и методах теории возмущений.