

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ*проф. И. Г. Царьков**1 курс, 1 семестр, отделение механики*

1. Понятие множества. Операции над множествами. Законы Моргана. Понятие отображения.
2. Множество действительных чисел. Аксиома непрерывности. Принцип полноты Вейерштрасса существования точной верхней и нижней границ.
3. Право и лево индуктивные множества и их свойства. Целые и натуральные числа.
4. Принцип Архимеда. Целая часть действительного числа. Принцип математической индукции. Неравенство Бернулли, бином Ньютона.
5. Геометрическое представление множества действительных чисел. Принцип полноты Кантора — теорема о вложенных отрезках.
6. Открытые и замкнутые множества. Лемма Бореля–Лебега.
7. Предельные и изолированные точки. Критерий замкнутости.
8. Понятие равномощности множеств. Счетность \mathbb{Q} . Несчетность \mathbb{R} .
9. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности и его свойства. Бесконечно малые последовательности.
10. Арифметические свойства предела последовательности. Теоремы о сохранении знака и переходе в неравенствах к пределу. Теорема о 2-х милиционерах.
11. Теорема Вейерштрасса о монотонной последовательности. Число ϵ и его представление числовым рядом.
12. Расширенная числовая прямая. Пределы типа " e ".
13. Частичные пределы. Теорема Больцано–Вейерштрасса о сходящейся подпоследовательности. Верхний и нижний пределы. Критерий Коши сходимости последовательности.
14. Предел функций и его свойства. Эквивалентность определений предела в смысле Коши и Гейне. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
15. Арифметические свойства предела. Теоремы о 2-х милиционерах, о сохранении знака и о переходе в неравенствах к пределу. Критерий Коши существования предела функции.
16. Односторонние пределы и их свойства. Пределы монотонных функций.
17. Функции, непрерывные в точке, и их свойства. Непрерывность сложной функции.
18. Классификация особых точек и точек разрыва. Особые точки и точки разрыва монотонных функций.
19. Промежутки и свойство выпуклости в \mathbb{R} . Теоремы о промежуточных значениях непрерывной функции.
20. Лемма о продолжении монотонной функции. Мощность множества точек разрыва монотонной функции.
21. Критерий непрерывности монотонной функции и следствие из него. Непрерывность обратной функции.
22. Функции, непрерывные на компакте. Теоремы Вейерштрасса. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
23. Показательная функция и ее свойства. Непрерывность показательной функции.
24. Непрерывность степенных, тригонометрических и обратных к ним функций. Непрерывность элементарных функций.
25. Замечательные пределы. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентностей.
26. Свойства эквивалентных функций. Значения эквивалентных функций.
27. Предел по базе и его свойства.
28. Арифметические свойства предела по базе, теорема о пределе композиции. Критерий Коши сходимости по базе.
29. Производная, ее геометрический и механический смысл. Дифференцируемость функции, дифференциал и его геометрический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции.
30. Свойства дифференцируемых функций. Производная сложной и обратной функции. Производные некоторых элементарных функций.

31. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Лейбница, инвариантность дифференциала 1-го порядка.
32. Экстремумы функций. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши.
33. Достаточные условия монотонности. Доказательство неравенств при помощи производных.
34. Раскрытие неопределенностей $0/0$, ∞/∞ .
35. Формулы Тейлора с остаточным членом в формах Пеано и Лагранжа. Формулы Тейлора некоторых элементарных функций.
36. Ряды Тейлора и их сходимость. Разложения в ряд Тейлора некоторых элементарных функций.
37. Достаточные условия существования экстремума. Выпуклость и вогнутость функции в точке, точки перегиба.
38. Свойства функций с монотонной производной на интервале. Критерий выпуклости функции на отрезке.
39. Неравенства Йенсена, Юнга, Гёльдера, Коши-Буняковского, Минковского.
40. Первообразная, неопределенный интеграл и их свойства. Таблица интегралов.