

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ***проф. С. А. Теляковский**1 курс, 1 семестр.*

**Действительные числа.** Действительные числа как бесконечные десятичные дроби. Сравнение чисел. Арифметические действия над действительными числами.

Точная верхняя и точная нижняя грани числового множества. Полнота множества действительных чисел в терминах теорем о точных гранях, вложенных отрезках и дедекиндовых сечениях.

Счетность множества рациональных и несчетность множества действительных чисел. Операции над множествами.

**Пределы.** Предел последовательности. Свойства пределов, связанные с неравенствами и арифметическими действиями.

Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.

Подпоследовательности, теорема Больцано–Вейерштрасса. Частичные пределы, верхний и нижний пределы последовательности.

Предел монотонной последовательности. Число  $e$ . Критерий Коши сходимости последовательности. Начальные сведения о рядах.

Определения предела функции по Коши и по Гейне. Свойства пределов функции.

Критерий Коши существования предела функции. Односторонние пределы. Пределы монотонной функции.

Сравнение функций.  $O$ -большие и  $o$ -малые величины.

**Непрерывные функции.** Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Предел и непрерывность сложной функции. Непрерывность обратной функции.

Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, достижимость точной верхней и точной нижней грани значений, равномерная непрерывность. Модуль непрерывности функции.

Теорема Коши о промежуточных значениях функций, непрерывных на промежутке.

Показательная функция, элементарные функции.

**Производные и дифференциалы.** Производная, односторонние производные. Дифференциал функции. Касательная к графику функции.

Правила вычисления производных. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производные элементарных функций.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница для производной произведения. Вопрос об инвариантности формы дифференциалов.

**Свойства дифференцируемых функций.** Возрастание и убывание функции в точке. Теорема Ферма. Теорема Дарбу о промежуточных значениях.

Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о среднем. Следствия из формулы конечных приращений Лагранжа. Возрастание и убывание функции на отрезке.

Раскрытие неопределенностей. Правила Лопиталья.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано.

Поведение остаточного члена формулы Тейлора функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ . Бином Ньютона.

Необходимые условия и достаточные условия локального экстремума в терминах старших производных.

Выпуклость функции в точке. Точки перегиба. Выпуклость функции на промежутке.

Неравенства Иенсена, Гёльдера, Минковского и Чебышева для конечных сумм.

**Кривые в трехмерном пространстве.** Непрерывность и дифференцируемость векторнозначных функций. Свойства производных.

Непрерывные кривые, спрямляемость кривой. Длина дуги кривой. Гладкие кривые.