

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ*проф. Ю. М. Смирнов**1/2 года, 1 курс.***ГЛАВА I. Векторное исчисление.**

1. Векторы, линейные действия над ними и основные их свойства.
2. Линейная зависимость векторов и ее геометрический смысл.
3. Базис, реперу координаты векторов и точек, геометрический смысл координат.
4. Линейная зависимость строк (столбцов). Критерии зависимости векторов в координатах.
5. Скалярное произведение векторов, его основные свойства и формулы.
6. Матрица перехода от базиса к базису и их свойства. Замена координат вектора и точки. Свойства матриц перехода.
7. Ориентация плоскости, ориентированная площадь параллелограмма. Основные её свойства и формулы.
8. Ориентация пространства и ориентированный объём параллелепипеда. Основные свойства и формулы.
9. Векторное произведение векторов, его основные свойства и формулы.
10. Ортогональные матрицы, замена прямоугольных координат. Вид ортогональных матриц второго порядка.
11. Углы Эйлера (для чего они нужны). Выражение ортогональных матриц третьего порядка через углы Эйлера.
12. Полярные координаты на плоскости, цилиндрические и сферические в пространстве, связь с прямоугольными координатами.

ГЛАВА II. Прямые и плоскости.

13. Параметрические уравнения прямой и плоскости, их геометрический смысл.
14. Уравнения первого порядка как уравнения прямых и плоскостей. Связь с параметрическими уравнениями.
15. Взаимное расположение двух прямых и прямой с плоскостью в пространстве.
16. Взаимное расположение двух прямых и двух плоскостей, заданных уравнениями первого порядка.
17. Углы для векторов, прямых и плоскостей ("между" на плоскости и в пространстве, "от – до" — на ориентированной плоскости) и формулы для них.
18. Расстояние от точки до прямой (и до плоскости). Расстояние между скрещивающимися прямыми,
19. Геометрический смысл неравенств первого порядка на плоскости и в пространстве.
20. Пучки прямых на плоскости и плоскостей в пространстве. Связь с линейной зависимостью их уравнений.
21. Связки плоскостей и прямых в пространстве. Связь с линейной зависимостью их уравнений для плоскостей.
22. Взаимное расположение трёх прямых на плоскости, трёх плоскостей в пространстве и ранги системы их уравнений.

ГЛАВА III. Линии и поверхности второго порядка.

23. Алгебраические линии и поверхности. Их порядок, их пересечения с прямыми и плоскостями (для поверхностей).
24. Распадение алгебраических линий и поверхностей, его геометрический смысл, теорема о распадении линии (поверхности), содержащей прямую (плоскость).
25. Приведение многочлена второго порядка от двух переменных ортогональной заменой к каноническому виду. Виды линий второго порядка.

26. Характеризация эллипса и гиперболы с помощью фокального свойства. Уравнение гиперболы в асимптотах.
27. Характеризация эллипса, параболы и гиперболы с помощью директориального свойства. Их уравнения в полярных координатах.
28. Цилиндрические и конические поверхности, поверхности вращения.
29. Приведение многочлена второго порядка от трёх переменных ортогональной. заменой к каноническому виду. Виды поверхностей второго порядка.
30. Эллипсоиды, гиперболоиды, их основные свойства и чертежи с помощью простейших плоских сечений.
31. Параболоиды, их основные свойства и чертежи с помощью простейших плоских сечений.
32. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида и их основные свойства.
33. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и их основные свойства.

ГЛАВА IV. Ортогональные инварианты, вид и расположение линий и поверхностей второго порядка.

34. Ортогональная инвариантность характеристического многочлена, вычисление его коэффициентов и смысл его корней.
35. Ортогональная инвариантность определителя для многочлена второго порядка.
36. Узнавание вида и формы линий второго порядка по инвариантам (и дискриминанту D) в ортонормальном репере.
37. Узнавание вида и формы поверхностей второго порядка по инвариантам в ортонормальном репере.
38. Нахождение координат центра непустых линий и поверхностей второго порядка
39. Пропорциональность уравнений второго порядка, выражающих одну и ту же линию или поверхность.
40. Асимптотические направления линий и поверхностей второго порядка. Их характеристика с помощью пересечения с прямой.
41. Диаметры линий и диаметральные плоскости поверхностей второго порядка и их уравнения.
42. Сопряженность направлений и диаметров для линий. Случаи эллипса, гиперболы и параболы.
43. Оси симметрии, их связь с диаметрами. Нахождение координат направляющего (нормального) вектора оси. Задача расположения линии второго порядка.
44. Плоскости симметрии, их связь с диаметральными плоскостями. Нахождение координат нормального вектора к сопряженной ему диаметральной плоскости. Задача расположения поверхности второго порядка.

ГЛАВА V. Аффинные и ортогональные преобразования.

45. Определение аффинных преобразований (с помощью реперов), их основные свойства. Они составляют группу по композиции.
46. Изменение матрицы аффинного преобразование при переходе от базиса к базису. Геометрический смысл её определителя. Формулы аффинного преобразования.
47. Эквивалентность фигур относительно группы аффинных преобразований. Аффинная классификация линий второго порядка.
48. Аффинная классификация поверхностей второго порядка.
49. Основные свойства изометрических преобразований.
50. Ортогональная классификация линий второго порядка, ортогональная инвариантность коэффициентов их канонических уравнений.
51. Ортогональная классификация поверхностей второго порядка. Ортогональная инвариантность коэффициентов их канонических уравнений.
52. Строение ортогональных преобразований плоскости: поворот, или перенос, или скользящая симметрия.

53. Строение ортогональных преобразований пространства: композиция поворота с переносом, симметрии с поворотом и симметрии с переносом.

54. Строение аффинных преобразований плоскости и пространства: композиция ортогонального преобразований и сжатий (растяжений) вдоль перпендикулярных осей.

ГЛАВА VI. Проективная геометрия.

55. Проективная плоскость как связка прямых и плоскостей. Проективная плоскость как пополнение обычной плоскости. Проективные координаты точек и прямых в обоих случаях. Пополненное перспективное соответствие. Принцип двойственности.

56. Линий в модели связки как конические поверхности. Пополнение линий второго порядка на пополненную плоскость. Их уравнения в проективных координатах.

57. Проективные преобразования, как порождённые центроаффинными преобразованиями. Центроаффинные преобразования порождают одно и то же проективное тогда и только тогда, когда они отличаются на гомотетию.

58. Связь аффинных преобразований плоскости с проективными преобразованиями её пополнения.

59. Приведение квадратичной формы к нормальному виду однородным преобразованием, "проективные" виды и проективная классификация линий второго порядка, связь с аффинной классификацией.