

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ*проф. С. М. Гусейн-Заде**1/2 года, 1 курс.*

1. Координаты на плоскости и в пространстве. Координаты точек и координаты векторов.
2. Замена координат на плоскости и в пространстве.
3. Скалярное произведение векторов. Скалярное произведение в координатах (в ортогональных и в произвольных аффинных координатах).
4. Ортогональные (сохраняющие ориентацию) замены координат на плоскости.
5. Деление отрезка в заданном отношении.
6. Прямая на плоскости. Параметрическое задание и задание уравнением.
7. Задание полуплоскости неравенством. Системы линейных неравенств на плоскости.
8. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Нормальное уравнение прямой.
9. Пучок прямых на плоскости. Собственные и несобственные пучки.
10. Плоскость в пространстве. Параметрическое задание и задание уравнением.
11. Расстояние от точки до плоскости. Нормальное уравнение плоскости.
12. Прямая в пространстве. Параметрическое задание и задание уравнениями.
13. Пучок плоскостей в пространстве. Условие принадлежности плоскости пучку, определенному двумя плоскостями.
14. Связка плоскостей в пространстве. Условие принадлежности плоскости связке, определенной тремя плоскостями.
15. Векторное произведение векторов. Определение и основные свойства. Вычисление векторного произведения в ортогональных координатах.
16. Ориентированная площадь параллелограмма на плоскости и ориентированный объем параллелепипеда в пространстве. Выражение ориентированной площади и ориентированного объема через определитель.
17. Выражение объема параллелограмма через скалярное и векторное произведение (смешанное произведение).
18. Свойства векторного произведения.
19. Матричная запись замены координат на плоскости и в пространстве.
20. Ортогональные замены координат и ортогональные матрицы.
21. Матрица Грама системы векторов. Связь с площадью и с объемом.
22. Ортогональные замены координат в пространстве: углы Эйлера.
23. Алгебраические кривые на плоскости. Теорема "об отщеплении прямой".
24. Плоские кривые второй степени. Аффинная классификация.
25. Ортогональная классификация кривых второй степени. Приведение уравнения кривой к каноническому виду.
26. Квадратичные формы от двух и от трех переменных. Матрица квадратичной формы и ее изменение при замене координат.
27. Инварианты кривой второй степени.
28. Полуинвариант кривой второй степени.
29. Определение канонического уравнения кривой второй степени через значения инвариантов и полуинварианта.
30. Сопряженные диаметры кривой второй степени. Касательные к кривой второй степени.
31. Эллипс и его геометрические свойства.
32. Гипербола и ее геометрические свойства.
33. Парабола и ее геометрические свойства.
34. Задание кривой второй степени в полярных координатах. Рациональная параметризация кривой второго порядка.
35. Поверхности второй степени. Аффинная классификация.
36. Ортогональная классификация поверхностей второй степени. Приведение уравнения поверхности к каноническому виду.

37. Инварианты поверхности второй степени. Частичная классификация поверхностей второй степени с помощью инвариантов.

38. Плоскость, сопряженная к направлению для поверхности второй степени. Касательные плоскости к поверхности второй степени. Прямолинейные образующие поверхностей второй степени.

39. Кривые второй степени как конические сечения.

40. Аффинные преобразования. Матричная запись аффинного преобразования. Ортогональные аффинные преобразования.

41. Изменение матрицы аффинного преобразования при замене координат. Определитель аффинного преобразования и его геометрический смысл.

42. Ортогональные преобразования (изометрии) плоскости.

43. Ортогональные преобразования (изометрии) пространства.

44. Представимость любого аффинного преобразования в виде композиции изометрии и растяжений.

45. Соответствие между точками и пучками прямых на плоскости. Пополнение аффинной плоскости. Проективная плоскость.

46. Проективные преобразования плоскости. Связь с проектированиями в пространстве.

47. Проективные инварианты четырех точек на прямой (двойное отношение).

48. Двойственность точек и прямых на проективной плоскости. Двойственные утверждения.

49. Проективные (однородные) координаты на проективной плоскости. Прямая на проективной плоскости.

50. Кривые второй степени на проективной плоскости. Классификация.

51. Проективное пространство. Проективные координаты в пространстве.

52. Прямые в проективном пространстве. Плюккеры координаты.